Math. P.
743
i

Math. P. 743 i

H64

Math. P. 743 i

K. c. [redacted] 3.
Math. P. 743
ARTILLERIE REGIMENT PRINZ LUITPOLD

Die Trigonometrie in Tabellen,

nach

Theorie und Praxis,

mit IV. Kupfer-Tafeln.

[Johann Friedrich Hähn]

Berlin,
Im Verlag des Buchladens der Real-Schule, 1760.

13
Bayerische Staatsbibliothek München

1
23
51
3
Copy

Vorbericht.

§. 1.

In der Vorrede zu einem geometrischen Schulbuche, dessen Titel ist: "Die Geometrie in Tabellen, also verfasset, daß „die Theorie nach mathematischer „Lehrart, und die Praxis auf dem „Papier und Felde, in deutlichen Exempeln gezeiget wird. Mit XIV. Kupfer-Tafeln," ist versprochen worden, mit der Zeit, bey einer neuen Auflage

)(2 dessel-

Bayerische Staatsbibliothek München

desselben, eine trigonometrische Abhandlung hinzuzufügen. Schon vor einigen Jahren haben verschiedene, theils geschickte Schulmänner; theils andere Liebhaber mathematischer Wissenschaften, mehrmalen Anfrage gethan, ob das Versprochene noch nicht erfüllet worden sey? Diese Anfrage ist noch häufiger geschehen, seitdem die neue Auflage der Geometrie besorget worden. Und dieses ist eine Bewegungs = Ursache, warum dieser trigonometrische Aufsatz, als ein Anhang zu vorgedachter Geometrie, an das Licht tritt. Die übrigen Ursachen übergehet man hier alle.

§. 2.

Da die vornehmste Absicht bey diesen Blättern war, den Schullehrern ein

ein Büchlein zu liefern, daraus der studirenden Jugend auf Schulen, die so schwer und steril scheinende Trigonometrie, nicht nur kurz, deutlich und gründlich vorgetragen, sondern sie dabey auch in das Praktische und Angenehme dieser Wissenschaft geführet werden könte; so ist man recht geflieſſentlich darauf bedacht gewesen, alles gehörig aus einander zu setzen, deutlich zu beschreiben, aus zureichenden und vorausgesetzten Gründen zu erweisen: durch nützliche und angenehme Aufgaben, die Sache praktisch und angenehm zu machen: mit nöthigen Figuren zu erläutern, und alles so einzurichten, daß Theorie und Praxis, so viel die Jugend auf Schulen nöthig hat, kurz zusammen gefaßt, in diesen wenigen Bogen, anzutreffen wäre.

§. 3.

Es ist dahero die Einrichtung bey diesem trigonometrischen Aufsatz also gemachet worden, daß man ihn in zween Theile getheilet, und erstlich trigonometriam puram, hernach trigonometriam adplicatam, besonders abgehandelt hat. Diese Eintheilung wird niemand fremd vorkommen, welcher weiß, daß die ganze Mathesis in puram et adplicatam, pflege eingetheilet zu werden. Was aber bey einem jeden Hauptheile für besondere Stücke vorkommen, und in welcher Ordnung sie stehen, wird der summarische Innhalt des ganzen Werkes ausweisen. Damit auch diese Trigonometrie mit obgedachter Geometrie, dazu sie einen Anhang abgeben soll, der Einrichtung und der Lehrart nach, ziemlich gleichförmig

förmig

förmig würde; so hat man auch hier die nöthigsten Erklärungen vorangese-
tzet, alsdann einige willkürliche Sätze beygefüget, darauf die Grundsätze an-
geführet, nach diesen die Lehrsätze mit den Zusätzen folgen lassen, überdieses die Aufgaben in guter Anzahl beyge-
bracht, und endlich verschiedene An-
merkungen angehänget. Da man die-
se Blätter hauptsächlich zum Gebrauch der Jugend auf Schulen verfertiget; so hat man den Aufsatz nicht zu weit-
läuftig machen und die Sache zu sehr häufen wollen. Dahero hat man nur die nöthigsten Lehrsätze und Aufgaben angeführet, auch den Beweis bey den Lehrsätzen, und Auflösung bey den Auf-
gaben so kurz und deutlich einzurichten

gesuchet, als möglich war, wie davon §. 140, 141 rc. ingleichen §. 115, das Täfelein von den recht- und schiefwinklichten Triangeln, welches aus dem andern Theil des mathematischen Lexici genommen, ausweisen. Aus eben dieser Ursache hat man §. 147 die Aufgabe einen Logarithmum zu finden, nicht nach allen Ausrechnungen beygefüget; sondern nur die Art und Weise gezeiget, wie die Sache müste angestellet werden. Denn die Logarithmi sind schon mühselig genug alle ausgerechnet worden, daß es unnützer Zeitverderb wäre, die Jugend damit aufzuhalten und zu belästigen. Daß man aber §. 90 so weitläuftig gewesen, und sogar einen algebraischen Beweis ge-

führet, ist aus der Ursache geschehen, jungen Leuten, bey dieser Gelegenheit, einigen Begrif von algebraischen Beweisen beyzubringen, und ihnen zu zeigen, wie dabey die Hauptsache auf richtige Aequation ankäme. Was die Figuren betrift; so hat man darauf gesehen, daß, um der Vielheit der Kupfertafeln, diese Blätter nicht allzuhoch im Preis zu stehen kämen. Dahero sind die Figuren Tab. III. etwas sehr gehäuft; durch die beygefügten Buchstaben und Zahlen aber, werden sie leicht zu unterscheiden seyn.

Um der Jugend den nöthigen Gebrauch und den weitläuftigen Nutzen von der Trigonometrie, vorläufig zu

zeigen,

zeigen, hat man nicht nur Aufgaben und Figuren von der Longimetrie, Diastimetrie, Altimetrie, Bathometrie und Planimetrie, beygebracht; sondern auch einige aus der Astronomie, Geographie und Fortification hinzugethan. Der Zirkel- und Linientheiler mit dem geradlinichten Transporteur und verjüngten Maaßstabe, wird denen nicht unnütz vorkommen, welche wissen, wie sehr sich die Jugend zerplagen muß, wenn sie eine gerade Linie, oder einen Zirkel in 3, 5, 7, 9 Theile theilen soll.

Eines muß man zum Beschluß dieses Vorberichts noch erinnern. Weil der Verfasser dieser Blätter den Abdruck

derselben, an einem entfernten Orte muste besorgen lassen; so sind hin und wieder einige Druckfehler eingeschlichen, so viele Mühe und Sorgfalt ein gewisser guter Freund, welcher die Correctur gütigst übernommen, auch dabey angewendet hat.

§. 4.

Von dem Gebrauch dieser Blätter, will man hier nichts gedenken, theils diesen Vorbericht zu so wenig Blättern nicht zu weitläuftig zu machen; theils weil in obgedachter Geometrie pag. 7. und pag. 15. alles dasjenige schon gedruckt zu lesen ist, was als das nothwendigste hier zu erinnern wäre; so würde man auch eine gar zu grosse

Schwachheit verrathen, von dem Nutzen dieser wenigen u. geringen Blätter, viele Worte zu machen. Daher will man, insonderheit allen rechtschaffenen Schullehrern, einen vortheilhaftigen Gebrauch und guten Nutzen dieses geringen Auffsatzes, mehr anwünschen als anpreisen. Stendal, den 21 Martii 1760.

Innhalt.

Innhalt.

A) Erster Theil, von der Trigonometria plana et pura.

a) Erster Abschnitt,

Von Ausmessung der Dreyecke, ohne Logarithmis.

1. Definitiones, oder Erklärungen. §. 1 = 10.
2. Hypotheses, willkürliche Sätze. §. 11 = 16.
3. Axiomata, Grundsätze. §. 17 = 35.
4. Theoremata, Lehrsätze. §. 36 = 93.
5. Problemata, Aufgaben. §. 94 = 117.

b) Zweyter Abschnitt,

Von der Ausmessung der Dreyecke, durch Logarithmos.

1. Definitiones oder Erklärungen. §. 117 = 119.
2. Hypotheses oder willkürliche Sätze. §. 120 = 124.
3. Axiomata oder Grundsätze. §. 125 = 138.
4. Theoremata et consectaria, oder Lehr= und Zusätze. §. 139 = 146.

5. Proble=

5. Problemata.

a) Allgemeine Aufgaben von Logarithmis. §. 147 bis 155.

b) Besondere Aufgaben von Triangeln.

1. Von rechtwinklichten Triangeln. §. 156 - 160.

2. Von schiefwinklichten Triangeln. §. 161 - 167.

B) Zweyter Theil, von der Trigonometria plana et adplicata.

a) Erster Abschnitt,

welcher in sich hält, Problemata oder Aufgaben, welche gehören:

a) zu der Longi- und Diastimetrie. §. 168 - 174.

b) zu der Alti- und Bathometrie. §. 175 - 180.

b) Zweyter Abschnitt,

1) Vom geradlinichten Transporteur. §. 181 - 183.

2) Von der Beschreibung des Vieleckes, in einem Zirkel. §. 184.

3) Vom Zirkeltheiler. §. 185.

4) Von dem Verhältnisse der Peripherie zum Diameter. §. 186.

5) Von der Berechnung eines Vieleckes. §. 187.

C) Scholia oder Anmerkungen zu der ganzen Trigonometrie. §. 188 - 195.

PROLEGOMENA,

oder

die Vorbereitung

zur

TRIGONOMETRIE.

I. *Definitio*, oder die Erklärung.

Die Trigonometria, oder Dreyeckmeßkunst, ist eine Wissenschaft, aus drey bekanten Stücken eines Triangels, die übrigen drey unbekanten zu finden.

Ein jeder Triangel bestehet aus 6 Stücken, als aus 3 Seiten und aus 3 Winkeln. Sind nun die 3 Seiten gegeben; so kann man nach der Trigonometrie die 3 unbekanten Winkel finden. Sind nur 2 Seiten und 1 Winkel, oder 1 Seite und 2 Winkel gegeben; so lassen sich die übrigen Winkel und Seiten nach der Trigonometrie finden.

Weil es die Trigonometrie hauptsächlich mit Ausmessung der Triangel zu thun hat; so hat sie auch daher den Nahmen Trigonometrie bekommen, von den griechischen Worten τριγωνος, ein Dreyeck, und μετρεῖν, messen.

Die Trigonometrie ist also ein Theil von der Geometrie welche auch von den Triangeln und ihrer Ausrechnung handelt. Warum und wozu man aber die Trigonometrie besonders abhandele und brauche, wird unten in den scholiis vorkommen.

II. *Divisio* oder **Eintheilung** der Trigonometrie, wird insgemein von der Beschaffenheit der Linien, woraus die Triangel bestehen, gemachet. Da nun die Triangel, theils aus geraden, theils aus krummen Linien bestehen; so entstehet daher:

1. Trigonometria plana, oder diejenige Trigonometrie, welche von Ausmessung der geradlinichten Triangel handelt. Diese kann genennet werden:

a) Trigonometria pura, welches derjenige Theil der Trigonometrie ist, so da allein mit Ausmessung der Grösse der Seiten und Winkel eines Triangels zu thun hat, ohne sich zu bekümmern, woran sich diese Triangel selbst befinden.

b) Tri-

b) Trigonometria adplicata aber, kann derjenige Theil der Trigonometrie heissen, darin man die Ausmessung der Linien und Winkel eines Triangels, auf die Bestimmung der Weite und Länge, der Höhe und Tiefe, der Ausmessung ganzer Landschaften, und andere Sachen anwendet. Eben also kann

2. Trigonometria sphaerica, oder die Trigonometrie, welche es mit der Ausmessung der krummlinichten Triangel zu thun hat, eingetheilet werden:

a) In trigonometriam sphaericam puram, worinn man sich nur allein mit Bestimmung der Grösse von den krummen Linien und Winkel, woraus die Triangel bestehen, beschäftiget, ohne zu wissen, wo und woran sich diese Triangel befinden.

b) In trigonometriam sphaericam adplicatam, worinn man die Theorie der sphärischen Triangel anwendet; theils am Himmel auf die Ausrechnung der Weite und Höhe von der Sonnen, Mond und Sterne; theils auf dem Erdboden, bey Berechnung der Grösse, der Peripherie und des Durchmessers unserer Erde ꝛc. ꝛc.

III. *Historia*, **oder die Geschichte** von dem Ursprunge, Wachsthum und Flor dieser Wissenschaft, soll nur hier kürzlich berühret werden. Was betrift,

1. Die Fata, oder Schicksale der Trigonometrie; so hat

a) Zu den ältesten Zeiten ein gewisser Mathematicus, Namens Hipparchus, welcher zur Zeit des Königes Ptolomaei Euergetis gelebet, 12 Bücher de triangulis geschrieben, woraus Claudius Ptolomaeus, der im zweyten Jahrhundert nach Christi Geburt lebete, sein almagestum verfertiget, welches eine Abhandlung von Triangeln ist. Allein, deren ihre Trigonometrie ist von der heutigen sehr unterschieden, weil sie weder die Sinus und Tangentes, noch vielweniger die Logarithmos berechnet hatten; sondern nur den radium des Zirkels in 60 Theile theileten, und darnach die Winkel und Seiten der Triangel bestimmten.

b) In den mitlern Zeiten hat der berühmte Mathematicus Regiomontanus, oder Joannes de Regio monte, die Trigonometrie besonders verbessert. Dieser hat den radium in 60000 Theile getheilet, und die Sinus und Tangentes für alle Grade des Zirkels zuerst ausgerechnet, folglich also den Anfang gemachet, zu den tabulis sinuum auch der tangentium. Sein Buch, welches er von der Trigonometrie geschrieben, führet den Titul: Libri V. de triangulis omnimodis. 1464. Norimbergae.

Dieses

Dieses Buch welches zu Tübingen 1556 von neuen herausgekommen, führet auch den Titul: tabulae directionum profectionumque.

Auch ist merkwürdig, Bartholomaeus Pitiscus, welcher den radium in 1000000000000000000000000 Theile eingetheilet und den canonem oder die tabulas sinuum daraus gemacht.

Bey den Engelländern haben sich auf die Trigonometrie geleget: Johann Neper, ein schottländischer Baron, welcher mit erstaunlicher Mühe die Logarithmos ausgerechnet; imgleichen Heinrich Brigg, ein Professor der Mathematik zu Oxfort, und Adrianus Vlacq, welche die Logarithmos der gemeinen Zahlen, bis auf 10000 ausgerechnet haben ꝛc. ꝛc. und so wurde diese Wissenschaft mehr und mehr in Flor gebracht.

c) In den neuern Zeiten hat Sturm der Jüngere, der Baron von Wolff und andere die Trigonometrie, theils in bessere Ordnung gebracht, theils aber gründlicher demonstriret. Es sollen hier nur noch angeführet werden:

2. Die Bücher, welche von der Trigonometrie handeln. Diese sind:

a) Die Systemata matheseos universae, als des Dechales, Ozanams, Sturms und Wolffens Werke.

b) Die besonderen Abhandlungen von der Trigonometrie, welche vor andern merkwürdig und brauchbar sind, als:

1) Pitisci libri V. de Trigonometria, 4to Franckf. 1612.

2) Johannis Neperi, Trigonometria et logiſtica mathematica, 4to 1614. recuſa 1619.

3) Benjamin Urſini Trigonometria, 4to Berolini, 1625.

4) Bonaventurae Cauallerii, trigonometria plana et ſphaerica linearis et Logarithmica, 4to Bonon. 1643.

5) Jacobi Gooden, compendium Trigonometriae planae et ſphaericae, 8vo Leodii 1704.

6) Johann Bayers, Beſchreibung eines Models der Trigonometriae ſphaericae, 4to Hamburg.

c) Die Canones triangulorum et tabulae ſinuum et tangentium. Davon man anmerken kann:

1) Bartholomaei Pitiſci, canonem ſinuum tangentium et ſecantium, worin der radius in 1000000000000000000000 Theile getheilet, und die Grade nach Minuten, Secunden und Tertien ausgerechnet worden.

2) Hein-

2) Heinrich Briggs, Canonem logarithmorum numerorum vulgarium von 1 bis 20000, und von 90000 bis 100000, welchen Adrianus Vlacq gar ergänzet und von 20000 bis 90000 die Logarithmos numerorum vulgarium hinzugethan, Fol. Goudae, 1624. und 1628.

3) Der andere Theil des mathematischen Lexicons, woselbst pag. 90 auch ein Canon triangulorum stehet, welcher die Logarithmos sinuum tangentium et secantium von 1 Minute bis 90° enthält. Darauf folgen die Logarithmi der gemeinen Zahlen von 1 bis 20000. Hiernechst ist zu bemerken

4) Adriani Vlacqs Trigometria artificialis, oder magnus canon triangulorum logarithmicus. Fol. Goudae, 1633.

d) Tabulae sinuum et tangentium.

1. Ozanams.

2. Adriani Vlacqs. Hagae Comitum 1665.

3. Neperi.

4. Christiani Wolffii, 1711. 1728. und 1744.

5. Aegidii Strauchii, welche Christian Leonhard Sturm edirt, Amsterdam, 1700.

IV. *Usus*, oder der Nutzen der Trigonometrie ist sehr groß, und zwar

1. Ueberhaupt in der ganzen Mathematik zur leichtern und accuratern Erfindung und Berechnungen derer Grössen.

2. Besonders zeiget sich der Nutzen:

a) In der praktischen Geometrie.

b) In der Algebra.

c) In der Astronomie.

d) In der mathematischen Geographie.

e) In der Gnomonic.

f) In der Artillerie.

9) In der Fortification.

10) In der Architectur.

11) In der Nautic.

12) In der Physic.

Exempel davon anzuführen, hat man deswegen nicht für rathsam befunden, weil sie doch so lange unverständlich; so lange man die Trigonometrie nicht etwas gründlicher eingesehen hat. Der letztere Theil dieser trigonometrischen Abhandlung, wird den Nutzen dieser Wissenschaft den Anfängern deutlich genug zeigen.

Erster Theil,

TRIGONOMETRIA PURA.

Erster Abschnitt.

Dieser handelt von der Ausmessung und Berechnung der geradlinichten Dreyecke, vermittelst der Sinuum und Tangentium ohne Logarithmos. Hierbey kommen vor:

I. *Definitiones* oder Erklärungen.

Der Sinus oder das Eckmaaß, ist eine perpendicular Linie d e, welche aus dem Punkt der Peripherie e, auf dem Semidiametro a c, gefället wird. §. 1. Tab. I. fig. 1.

Der Sinus totus, das ganze Eckmaaß, heisset der Radius c f, welcher auf a b, perpendicular stehet. 2.

Der Sinus rectus, aber ist die perpendicular Linie d e. 3.

Der Sinus versus, der Pfeil hingegen, ist die Linie a d, welche der Sinus rectus vom radio a c, abschneidet. 4.

Der Cosinus heisset die Linie g e, welche aus dem Punkt e, auf den Sinum totum c f, per- 5.

5. pendicular gezogen wird, dessen Bogen f e, mit dem Bogen des Sinus recti a e, gerade 90° ausmachet. Daher er auch Sinus complementi heisset.

6. Der Tangens, die Streiflinie ist eine perpendicular Linie a h, welche auf dem Ende des Durchmessers a b, aufgerichtet stehet, und die Peripherie berühret.

7. Der Cotangens, wird die perpendicular Linie f k, genennet, welche auf dem Ende des Sinus totius f c, aufgerichtet wird.

8. Der Secans, die Schneidlinie, heisset die schiefe Linie c h, welche aus dem Mittelpunkt c, durch e, nach h, gezogen wird.

9. Der Cosecans oder Secans complementi, heisset die Linie c k, in Absicht des Winkels k c f,

10. Canon triangulorum, oder auch tabulae sinuum et tangentium, wird dasjenige in Tabellen verfaßte Verzeichniß genant, worin man die Sinus und Tangentes nach einem angenommenen Maaß des Sinus totius, von 1 Minute, bis 90 Grad berechnet, antrift.

II. *Hypotheses* oder willkürliche Sätze.

11. Die Sinus und Tangentes sollen in der Trigonometrie nicht nach Ruthen, Schuhen und Zollen; sondern nach gewissen Theilen des Sinus totius bestimmet und gemessen werden. (§. 1.)

12. Der Sinus totus soll in 10000000 Theile getheilet werden, damit die Sinus und Tangentes

gentes, desto genauer können bestimmet werden. (§. 2.) 5.

Der Winkel, welchem der Sinus gegen über stehet, soll nicht durch die Grade und Minuten des Bogens, sondern durch die Theile des Sinus, vom Sinu toto hergenommen, bestimmet werden. (§. 3.) 13.

Die Sinus und Tangentes, welche beyde allein zur Berechnung der Dreyecke zureichend sind, sollen beybehalten werden; die Secantes, Cosinus, Cotangentes, welche wohl zu entrathen sind, weggelassen werden. (§. 5-9.) 14.

Die Sinus und Tangentes, sollen für alle und jede Grade und Minuten des Quadrantens, oder des Bogens a f, von 90° genau berechnet, und in ihrer Ordnung, in eine Tabelle gebracht werden, damit man sich derselben bey jeglichem Winkel, ohne eine mühselige Ausrechnung, sogleich vortheilhaft bedienen könne. (§. 13.) 15.

Die Berechnung der Dreyecke soll in diesem ersten Abschnitte auf eine natürliche oder ungekünstelte Weise, nach dem vom Sinu toto hergenommenen Maaß, geschehen. (§. 12.) 16.

III. *Axiomata* oder Grundsätze.

Alle Sinus recti de, fg, stehen auf dem radio a c, perpendicular. (§. 3.) 17. Tab. I. fig. 2.

Alle

§.
18. Alle Sinus recti lauffen dahero, so wol mit dem Sinu toto ch, als auch unter einander parallel. (§. 2. 3.)

19. Der Sinus totus ch, ist der Sinus des Quadrantens, oder des Bogens ah, von 90°. (§. 1.)

20. Der Sinus totus ch, ist also der Sinus so wol des Winkels y, als auch des Winkels x. (§. 19.)

fig. 3. 21. Der Sinus rectus de, ist auch der Sinus, so wol des spitzigen Winkels dce, als auch des stumpfen Winkels ecb.

22. Die Anguli deinceps positi (§. 34. geom.) haben also einerley Sinum rectum. (§. 21.)

23. Also darf man nur den Sinum rectum des spitzigen Winkels x, ausrechnen; so hat man den Sinum des daneben gesetzten stumpfen Winkels y. (§. 22.)

24. Der Sinus totus ist der Sinus des rechten Winkels. (§. 19.)

25. Der Sinus totus ist der gröste Sinus, der gezogen werden kann. (§. 2. 19.)

26. Der Sinus eines rechten Winkels, hat also jederzeit 10000000. (§. 12. 19.

fig. 1. 27. Der Bogen des Sinus recti ae, und des Cosinus ef, machen einen Quadranten oder 90° aus. (§. 3. 5.)

28. Wenn also der Bogen, oder der Winkel des Sinus recti ae, von 90° abgezogen wird; so

so bleibt der Bogen oder Winkel des Cosinus e f, übrig. (§. 27.)

Wenn der Bogen, oder Winkel des Cosinus e f, von 90° abgezogen wird; so bleibet der Bogen oder der Winkel des Sinus recti a e, übrig. (§. cit.) §. 29.

Der Cosinns e g, laust mit dem Diametro a b, parallel. (§. 5.) 30.

Also ist die Figur d e g c, ein parallelogrammum. (§. 72. geom.) 31.

Also theilet der Secans e c, dieses parallelogrammum in zwey gleiche Theile. 32.

Daher ist △ a h c, ∼ △ d e c, (§. 312. geom.) Folglich sind alle die gleichnamigten Seiten dieser △△ Proportionallinien. (§. 312. geom.) 33.

Der Tangens a h, laufet mit dem Sinu toto c f, und Sinu recto d e, parallel. (§. 6 2. 3.) 34.

Der Tangens a h, ist so wol der Tangens des spitzigen Winkels a c h, als auch des daneben gesetzten stumpfen Winkels h c b. (§. 21.) 35.

IV. *Theoremata* oder Lehrsätze.

1. Lehrsatz. Der Sinus rectus e d, ist die halbe Sehne des Bogens e a f. 36. Tab. I. fig. 4.

Beweis. Weil d e perpendicular auf a c, folglich auch d c, perpendicular auf e f, stehet, (§. 17.) so wird so wol die Sehne e f, als der Bogen e f, durch die perpendicular Linie d c, in zwey gleiche Theile getheilet.

(§.

5. (§. 196. geom.) Also ist der Sinus rectus e d, die halbe Sehne des Bogens e a f.

fig. 2. 37. Zusätze. Je grösser in einem Cirkel der Sinus ist, desto grösser wird auch der Bogen, mithin auch der Winkel des Sinus seyn. (§. 36.) Und so auch umgekehrt:

38. Je grösser der Bogen und der Winkel, desto grösser ist der Sinus.

39. Der Sinus totus muß also der größte Sinus seyn, der gezogen werden kann. (§. 38.)

40. Je grösser der Sinus rectus wird; desto grös. wird auch sein Sinus versus. (§. 36.)

41. Bey dem Sinu toto, wird Sinus versus, dem radio gleich seyn. (§. 40.)

fig. 5. 42. 2. Lehrsatz. Die Sinus a b, d e, von ähnlichen Bogen b m, und o d, stehen mit den radiis b c, und d c, dieser Bögen b m, und o d, in gleichem Verhältniß.

Beweis. Weil die Sinus a b, und e d, parallel lauffen (§. 18.); so ist △ a b c ∼ d e c; (§. 312. dom.) Also kann man schliessen: wie e d: d c = a b: b c, (§. 313. geom.) das ist, die Sinus verhalten sich wie die radii ihrer Bögen.

43. Zusätze. Weil b c, und d c Sinus toti sind, (§. 2.) und man schliessen kann, wie a b: b c = e d: d c, (§. 42.); so erhellet, daß die Sinus ähnlicher Bogen, mit ihren sinibus totis in gleichem Verhältniß stehen.

Weil

§.

Weil m c, Sinus totus, (§. 2.) m f, Tangens des Winkels c, (§. 6) so gilt auch dieser Schluß: wie Sinus totus m c, zum Tangente m f, also verhält sich auch m c, die nach Ruthen und Schuhen bestimmte Seite des △ c m f, zu m f, als eine in Ruthen und Schuhen bestimmte Seite des △ m f c. Dieser Schluß wird unten oft vorkommen. 44. fig. 5.

Weil die Sinus recti durch die Theile ihres Sinus totius bestimmt werden (§. 11. 12.); so kann der grosse Sinus a b, nicht mehrere Theile von seinem Sinu toto m c, haben, als der kleinere Sinus e d, von seinem Sinu toto o c. 45.

Es gilt also gleich viel, ob man den Winkel c mit dem grössern Sinu a b, oder mit dem kleinern Sinu e d, misset. (§. 45.) 46.

3. Lehrsatz. In einem jeglichen Triangel verhalten sich die Seiten, wie die Sinus ihrer gegen überstehenden Winkel. 47. fig. 6.

Beweis. Wird der △ a b c, in einem Zirkel eingeschlossen, (§. 495. geom.) so werden die Winkel a, b, c, Peripherie-Winkel. (§. 41. geom.) Mithin ist der Bogen f b, als die Hälfte von a b, das Maaß des Winkels c; und b g, als die Hälfte des Bogens b c, ist das Maaß des Winkels a; so auch h c die Hälfte vom Bogen a c, ist das Maaß vom Winkel b. (§. 261. geom.) Da nun aber

aber b n, der Sinus des Bogens a f; b m
§. aber der Sinus des Bogens b g, und c r der Sinus des Bogens h c ist; (§. 1.) die Sinus aber immer die Hälfte der ganzen Sehnen. (§. 40.) So kann man schliessen: wie der Sinus b n, zu seinem Bogen f b, der das Maaß vom Winkel c ist; also verhält sich auch der Sinus b m zu seinem Bogen g b, der das Maaß vom gegenüberstehenden Winkel a ist. (§. 608. geom.) Die Hälften verhalten sich wie ihre Ganzen; also kann man schliessen: wie die Seite a b, zum Sinu des gegenüberstehenden Winkels c, so auch die Seite b c zum Sinu des gegenüberstehenden Winkels a; so auch a c, zum Sinu des gegenüberstehenden Winkels b.

48. Zusätze. Man kann auch den Satz umkehren und schliessen: wie Sin. a : b c = Sin. c: a b. (§. 47.)

49. Auch gilt alternatim der Schluß: wie Sin. a: Sin. c = b c: a b. (pr. arithm)

50. Wo also ein Triangel lauter gleiche Seiten hat; so muß er auch lauter gleiche Winkel haben. (§. 49.)

51. Umgekehrt: Wo ein Triangel drey gleiche Winkel hat; so muß er auch drey gleiche Seiten haben. (§. 50.)

52. Wo in einem Triangel nur zwey Seiten einander gleich sind, da müssen auch die, diesem

sen Seiten gegenüberstehenden Winkel, einander gleich seyn. (§. 47.)

Wann die eine Seite 3, 4, 5 mal grösser als die andere; so muß auch der Sinus des gegenüberstehenden Winkels 3. 4, 5 mal grösser seyn, als der Sinus des Winkels, so der andern Seite gegenüber stehet. (§. 49.) 53.

Es müssen also immer zwey Seiten und ein Winkel, so dieser Seite gegenüber stehet; oder zwey Winkel und eine Seite so da dem einem gegebenem Winkel gegenüber stehet, gegeben werden, wo man die übrigen Stücke des △ finden soll. (§. 48. 49.) 54.

Also lässet sich aus drey gegebenen ungleichen Winkeln noch keinen Schluß machen; man muß eine Seite erst dazu haben. (§. 54.) 55.

So lassen sich auch aus drey gegebenen ungleichen Seiten die Winkel nicht finden; man muß einen Winkel erst dazu schaffen. (§. cit.) 56.

Von einem rechten Winkel kann man allemal auf den Sinum totum; und von dem Sinu toto allemal auf den rechten Winkel schliessen. (§. 19.) 57.

4. **Lehrsatz.** In einem stumpfwinklichten Triangel a b c, verhält sich, die dem stumpfen Winkel x gegenüberstehende Seite c b, zu dem Sinu des darnebenstehenden Winkels y, wie sich verhält die Seite a c, so an dem 58. fig 2. Tab. II.

B stum-

stumpfen Winkel lieget, zu dem Sinu des gegenüberstehenden Winkels b.

Beweis. Man lasse aus c einen Perpendicul c d, auf die verlängerte Seite a b fallen; so kann man schliessen:

Wie Sin. tot: c b = Sin. b: c d (§. 47.)
Auch c a: Sin. tot. = c d: Sin. y, (§. cit.)

Also c a: c b = Sin. b: Sin. y. (pr. arithm.)
Und c a: Sin b = c b: Sin. y. (pr. arithm.)
Auch alternatim:
Wie Sin. tot: c b = Sin. b: c d. (§. 47.)
Ferner, Sin. tot: c a = Sin. y: c d (§. cit.)

Also c b: c a = Sin. b: Sin. y. (pr. arithm.)
Und c b: Sin. b = c a: Sin. y. (p. cit.)

59. Zusätze. Also ist der Sinus des spitzigen Winkels y, auch zugleich der Sinus seines darneben gesetzten stumpfen Winkels x. (§. 58.)

60. Also gilt der Schluß von der Seite auf den gegenüberstehenden Winkel, in so weit auch bey dem stumpfwinklichten Triangel, daß man den Sinum des darneben gesetzten spitzigen Winkels nehmen muß. (§. 59.)

61. Wenn man in den tabulis sinuum den Sinum eines stumpfen Winkels suchen will; so muß man den Sinum des darneben gesetzten spitzigen Winkels nachschlagen. (§. 60.)

62. Obiger Schluß (§. 47.) gilt also von allen Triangeln, sie mögen spitz, recht- oder stumpfwinklicht seyn. (§. 59. 61.)

5. Lehr-

§. Tab. I.

5. Lehrsatz. Die Linie r b, als die Hälfte der Sehne des Quadrantens a b, ist der Sinus des Winkels b c d, = 45°. 63. fig. 7.

Beweis. Die aus dem Mittelpunkt c, durch die Mitte des Quadrantens a b gezogene Linie d c, theilet auch den Bogen a d b in zwey gleiche Theile. (§. 106. geom.) Da nun der Bogen a d b = 90°; (ex hypoth.) so ist seine Hälfte d b = 45°. Folglich ist auch der Winkel d c b = 45°. (§. 148. geom.) Weil nun r b, der Sinus des Bogens d b, und also auch des Winkels d c b ist; (§. 1.) so folget, daß die Linie r b, als die Hälfte des Quadrantens a b, der Sinus von 45° seyn muß.

Zusätze. Also lässet sich der Sinus von 45° Graden leicht finden. (§. 63.) 64.

Also kann man durch das bisseciren, oder durch das Zertheilen der Sehne c b in zwey gleiche Theile, den Sinum von der Hälfte von 45°, nemlich den Sinum s b als den Sinum von 22°, 30° finden. (§. 64.) 65.

Also kann man durch ferneres bisseciren auch die Sinus der übrigen Winkel finden, so die Hälften sind; als aus 22°, 30′, die Sinus der Winkel von 11°, 15′; von 5°, 37′; von 2°, 48′; von 1° 24′; von 42′. (§. 56.) 66.

Gesetzt b s = h o: da nun h o der Cosinus, oder das Complementum sinus recti h m, 67. fig. 7

 ist;

§. ist; oder derjenige Sinus, dessen Bogen b h zu den Bogen h f, des Sinus h f gerechnet, gerade 90° ausmachet: (§. 5.) so kann man durch das Subtrahiren des Cosinus h o, von dem Sinu recto h m, noch viele andere Sinus finden.

68. fig. 8. Hat man des Winkels von 45°, seinen Sinum rectum b g = c g, (§ 278. geom.) gefunden; so hat man auch den Cosinum f b = c g. (§. 63.)

fig. 8. 69. Hat man den Bogen b a, bisecirет und den Sinum von 22°, 30′ gefunden (§. 66.); so darf man nur n o auf e c, perpendicular ziehen; so ist n o der Cosinus von q n. Da nun q n der Sinus von 22°, 30′ ist; so darf man ihn nur abziehen von 90°, so bleibet übrig der Cosinus o n, als der Sinus von 67°, 30′. (§. 68.)

70. Bisecirет man den Bogen e n, davon der Sinus ist n o = 67°, 30′ nach (§. 66.); so kann man den Sinum von seiner Hälfte und eben so von allen folgenden Winkeln finden. Als den Sinum von 33° 30′, und so ferner; von 16°, 45′; von 8°, 22′; von 4°, 11′; von 2°, 5. &c.

fig. 9. 71. 6. **Lehrsatz.** Die Linie n f, als die Hälfte von der Seite des regulären Sechseckes a f, ist der Sinus des Winkels d c f = 30°.

Beweis. Man theile a d f, in zwey gleiche Theile; so wird der Bogen d f = a d (§.

(§. 196. geom.). Da nun a d f = 60° (§. 286 geom.); so ist d f = a d = 30°: die Linie n f aber ist der Sinus des Bogens d f (§. 1.). Folglich ist n f, als die Hälfte der Seite des Sechseckes, der Sinus des Winkels von 30°.

Zusätze. Weil a n = d m (§ 47.); so ist 72. auch d m der Siuus von 30°. (§. 1.)

Weil a f = a c = 10000000; so muß 73. ½ a f = f n haben 5000000.

Weil d o, der Cosinus von d m (§. 5.); so 74. ist d o der Sinus von 60°. (§. 72.)

Wenn man den Bogen des Sinus d m bise- 75. ciret, (§ 66.) so findet man den Sinum des Winkels von 15°, und fähret man mit den bisecirén fort; so bekommt man die Winkel von 7°, 30′; von 3°, 15′; von 1°, 37′ ꝛc.

Ziehet man den gefundenen Winkel von 15°, 76. von 90° ab; so hat man den Winkel von 75°.

Halbiret man diesen Winkel von 75°; so 77. erlangt man den Winkel von 37° 30′, und wo man fortfährt auch die Winkel von 18°, 45′; 9°, 22′; 4°, 41′; 2°, 20′; 1°, 10′.

Ziehet man einen dieser Winkel z. E. 18°, 78. 45′ von 89°, 60′ ab; so hat man den Winkel von 71°, 15′. Diese kann man wieder halbiren; so kommen abermals neue Winkel heraus.

§. 79. Da nun die Winkel mit denen Sinus überein kommen; so ist es möglich, alle Sinus von einer Minute bis 90° zu finden. (§. 78.)

fig. 10. 80. 7. **Lehrsatz.** Der Tangens a n, des Winkels von 45°, ist gleich dem radio a c, oder dem sinui toti.

Beweis. Weil der Winkel c = 45°; (hyp.) so ist der Winkel n = 45°. (§. 278. geom.) Also ist der △ a n c, ein gleichschenklichter Triangel (§. 283. geom.). Folglich ist der Tangens a n, gleich dem sinui toti a c.

81. **Zusätze.** Der Tangens von 45°, hat also auch wie der sinus totus 10000000. (§. 11.)

82. Weil der Sinus rectus b r, mit dem Tangente a n, parallel laufet (§. 18.); so ist △ a c n ∼ △ b r c. (§. 312. geom.)

83. Also kann man auch schliessen: wie a n : a c = b r : b c. (§. cit. geom.)

84. Weil a n = a c (§. 80.); so muß auch r b = b c seyn. (§. 28.)

85. Hat man den sinum rectum r b; so hat man auch das Stück b c. (§. 84.)

86. Ziehet man b c, von a c ab; so bleibet sinus versus a b übrig.

87. Addiret man das □ von r b und b c, und extrahiret von der Summe den radicem; so giebet dieser den Secantem r c. (§. 381. geom.)

8. Lehr-

8. **Lehrsatz.** Wenn ihr die Seite des regulairen Fünfeckes a c, bisecciret; so wird dessen Hälfte u e, der Sinus von 36°. §. 88. fig. 11.

Beweis. Weil a e die Seite des regulairen Fünfeckes (ex hyp.) so ist der Winkel a b e = 72°. (§. 506. geom.) Da nun c b auf a e perpendicular stehet (hypoth.); so ist der Bogen c e = $\frac{1}{2}$ 72° = 36°. Nun ist u e der Sinus des Bogens c e, oder des Winkels c b e; (§. 1.) folglich ist die Hälfte des regulairen Fünfeckes der Sinus von 36°.

9. **Lehrsatz.** Wenn man den Sinum m o eines Winkels m c k dupliret; oder von m bis in h ziehet, und lässet aus m auf a h einen Perpendicul m s fallen; so giebt dieser den Sinum von einem Winkel m c s, der doppelt grösser als m c k ist. 89. fig. 10.

Beweis. Weil der Bogen m h das duplum vom Winkel m c k (§. 145. geom.); also ist auch der Sinus s m, das duplum vom Winkel m c k.

10. **Lehrsatz.** Addirt man zu der halben Summe zweyer unbekanten Grössen oder Zahlen, die halbe Differenz; so kommt die grössere Grösse oder Zahl heraus: subtrahiret man aber von der halben Summe dieser unbekanten Grössen oder Zahlen ihre halbe Differenz; so kommt die kleinere Grösse 90.

oder Zahl heraus. Z. E. Es sey die Summe dieser Zahlen $a = 12$; die Differenz aber $b = 4$; die grössre Zahl hiesse x, die kleine aber y.

1. Beweis. Die grosse Zahl oder Grösse, nemlich x, bestehet aus der kleinern Zahl y und der Differenz beyder Zahlen. Folglich wird die Summe dieser beyden Zahlen bestehen aus der kleinen Zahl zweymal genommen samt der Differenz. Also muß die halbe Summa bestehen, aus der kleinen Zahl und halben Differenz. Mithin ist es offenbar, daß, wo man zu der halben Summe die halbe Differenz addiret; so komt die gröste Zahl heraus. Wenn man aber die halbe Differenz von der halben Summe abziehet, so bleibet die kleinere Zahl übrig.

Es sey die Summa beyder Zahlen	$= a$	$= 12.$
Die Differenz beyder Zahlen	$= b$	$= 4.$
Die grössre Zahl - -	$= x$	$= 8.$
Die kleinere Zahl - -	$= y$	$= 4.$
Also ist die halbe Summe	$= \frac{1}{2}a$	$= 6.$
Die halbe Differenz -	$= \frac{1}{2}b$	$= 2.$

Addirt man $\frac{1}{2}b = 2$ zu $\frac{1}{2}a = 6$ so komt die grosse Zahl $= x = 8.$

Subtrahirt man, so komt die kleine $= y = 4.$

2. Beweis. Man bringe die Grössen unter obigen Buchstaben in Vergleichungen und setze:

Erst=

Erstlich.

Subtrahire gleiches von gleichem.

$$x + y = a$$
$$\quad y \quad\; y$$

Also $x = a - y$

und addire gleiches zu gleichen.

$$x - y = b$$
$$\quad y \quad\; y$$

Also $x = b + y$

$$x = a - y$$
$$x = b + y$$

$$a - y = b + y \quad (\S.\ 608.\ \text{geom.})$$
$$+ y \qquad + y$$

$$a = b + 2y \quad (\S.\ \text{cit. geom.})$$
$$- b \quad - b$$

$$a - b = 2y \quad (\S.\ \text{cit. geom.})$$

2)

$$\frac{a - b}{2} = y \quad (\S.\ \text{cit. geom.})$$

Dis heisset von der halben Summa (a) die halbe Differenz b abgezogen, giebt y, die kleine Zahl.

Zweytens.

Subtrahire gleiches von gleichem.

$$x + y = a$$
$$x \qquad\; x$$

Also $y = a - x$

$$x - y = b$$
$$x \qquad\; x$$

Also $y = b - x$

$$y = a - x$$
$$y = b - x$$

$$a - x = x - b$$
$$+ x \quad + x$$

$$a = 2x - b$$
$$+ b \qquad + b$$

$$a + b = 2x$$

2)

$$\frac{a + b}{2} = x.$$

Dis heisset zur halben Summa (a) die halbe Differenz b addirt, giebt x die größre Zahl.

Dies

Dieser algebraischer Beweis, würde in Zahlen also stehen:

Es sey die Summa $a = 14$, die Differenz $b = 2$, die grosse Zahl $x = 8$. die kleinere $y = 6$. Also wären:

$$\begin{array}{llll} 8+6=14 & 8-6=2. & 8+6=14 & 8-6=2 \\ -6-6 & +6+6. & -8-8 & 8-8 \\ \hline 8=14-6 & 8=2+6. & 6=14-8 & 6=8-2 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} 8=14-6 & 6=8-2 \\ 8=2+6 & \\ \hline 14-6=2+6. & 14-8=8-2 \\ +6+6 & +8+8 \\ \hline 14=2.6+2 & 14=2.8-2 \\ -2-2 & +2+2 \\ \hline 14-2=2.6. & 14+2=2.8. \\ 2)\overline{} & 2)\overline{} \\ 7-1=6. & 7+1=8. \end{array}$$

§. fig. 12. 91. II. **Lehrsatz.** Wenn man zwischen zwey Sinus r n und u o der beyden Bögen a r und a u, aus r in g einen Perpendicul r g, ziehet; so ist u g die Differenz zwischen dem Sinu r n und u o.

Beweis. Da $o u - g u = r n$; (§. 213. geom.) so ist ganz klar, daß u g, die Differenz seyn muß von dem Sinu r n und u o.

92. Zusatz. Wann die Differenz des Bogens a r und a u nicht grösser als 45′ ist; so kan man den

Bogen

Bogen r u füglich als eine gerade Linie, und zwar als die Hypothenusam vom △ r g u annehmen, und also schliessen: Wie u g : s h = r u : s r; oder wie r g : u g = r h : h s. (§. 314. geom.)

Wenn man von dem Bogen a u, den Bogen a r abziehet; so bleibt r u übrig, dessen Sehne r u halb genommen, giebt den Sinum von der halben Differenz der beyden Sinuum r n und u o. §. 93.

V. *Problemata* oder Aufgaben.

I. Aufgabe. Eine Figur zu zeichnen, darin alle (§. 1 - 9.) erklärte Linien befindlich sind. 94. Tab. I. fig. 1.

Auflösung. Ziehet mit beliebiger Erösnung des Zirkels aus dem Punkt c die Peripherie a e f b, und den Durchmesser a b.

Richtet aus c den Radium c f, perpendicular auf; so habt ihr den sinum totum c f.

Fället aus einem Punkt der Peripherie e, den Perpendicul e d, so bekomt ihr den sinum rectum des Winkels a c e. Die Linie a d, giebet den sinum versum des sinus recti d e lasset ihr aus e auf den sinum totum f c, einen Perpendicul e g, fallen; so ist dieser der Cosinus des Sinus recti e d. Setzet ihr aus a den Perpendicul a h auf; so ist dieser der Tangens des Winkes a c h. Richtet ihr aus f ebenfals den Perpendicul f k auf; so wird dieser der Cotangens des

Sinus

§. Sinus g e. Ziehet ihr von c gegen h eine gerade Linie; so habt ihr den Secantem des Winkels a c h. Hingegen ist c k der Cosecans des Winkels k c f.

Tab. I. fig. 10. 95. 2. **Aufgabe.** Man soll den Tangentem des Winkels a c n = 45°, finden.

Auflösung. Richtet in a den Perpendicul a n auf, so daß a n = a c. (§. 80.)

Weil nun a c = sinui toti = 10000000; (§. 12.) so muß der Tangens a n, eben so viele Theile haben.

fig. 7. 96. 3. **Aufgabe.** Man soll den sinum b r des Winkels b c d = 45° finden.

Auflösung. Addiret die Quadrate von c b und c a = 20000000, (§. 12.) extrahiret daraus den radicem; (pr. arithm.) so bekomt ihr die Sehne des Quadranten b a.

Halbiret b a; so werdet ihr finden den sinum b r von 45° = 70710468. (§. 64.)

fig. 9. 97. 4. **Aufgabe.** Man soll den sinum f n, des Winkels d c f = 30° finden.

Auflösung. Ziehet die Seite des Sechseckes a f = a c. Ziehet aus c die Linie c d auf a f perpendicular; so theilet sie a f in zwey gleiche Theile, (§. 106. geom.) und es wird f n = n a, der Sinus von 30° seyn. (§. 72.)

Weil nun a c und a f = 10000000; (§. 12,) so wird a n = n f = 5000000 = Sinui von 30° seyn.

5. Auf-

5. Aufgabe. Man soll den Sinum des Winkels von 60° finden. §. 98. fig. 10.

Auflösung. Da m h der radius (ex hyp.) so ist m c h = 60°. (§. 286. geom.) Ziehet nun aus m die perpendicular Linie m s auf c h; so ist m s der Sinus von 60° (§. 1.)

Weil euch bekant, daß c h = m h = 10000000. (§. 12.) und c s = s h; (§. 344. geom.) so ist s h = 5000000.

Machet nun m h = 10000000 und s h = 5000000 zu Quadraten; ziehet das □ s h, vom □ m h ab; so bleibet □ m s übrig. Daraus ziehet den radicem; so habt ihr den Sinum m s, von 60° = 8660054I.

6. Aufgabe. Man soll finden den Sinum des Winkels a b c von 18°. 99. fig. 11.

Auflösung. Weil der △ a b c ∼ △ a b d; (§. 306. geom.) so schliesset: Wie a b (in Ruthen, Schuhen, Zollen): a c (in Ruthen, Schuhen, Zollen) also verhält sich a b sin. tot: a c in solchen Theilen des sin. tot.

Z. E. 328: 200 = 10000000.

Weil nun $\frac{1}{2}$ a c = sin. des Winkels von 18°. (ex hyp.) 6180316.
So halbiret die gefundene 2) ———
Summa; so bleibet der Sinus a k = 18°. 3090173.

Gesetzt,

§. 100. fig. 8. Gesetzt, q n sey der Sinus von 18°; so ist n o der sinus complementi von 72°. Weil ihr nun q n gefunden (§. 99.) und c n euch bekant = 10000000; (§. 12.) so könt ihr c q finden. (§. 380. geom.) Nun ist c q = o n (§. 74. geom.) c q aber ist der Cosinus von q n. (§. 5.) Mithin habt ihr auch den Sinum von 72° gefunden. Wann ihr diesen halbiret; so bekomt ihr den Sinum von 36°.

101. fig. 12. **7. Aufgabe.** Man soll finden m s, als den Sinum zwischen n r und o u, deren Unterschied nicht über 45′ beträgt.

Auflösung. Es sey der Bogen a u = 45°
Der Bogen a r = 44°, 30′.

Also ist r u = 30′.

Da der Sinus vom Bogen a u, ist u o.
Und der Sinus vom Bogen a r, ist r n.

So ist der Unterscheid dieser Sinuum u g, der Bogen aber r u.

Weil nun r u = 30′; (ex hyp.) so kann man sicher den Bogen r u, als eine gerade Linie ansehen. Folglich, da s h mit u g paralell lauft; so ist der △ r g u ∼ △ r s h.

Also kann man zu drey Proportional-Linien die vierte suchen, und schliessen: Wie r u : r s = u g : s h. (§. 314. geom.)

Addirt

Addirt man nun diesen Sinum der halben Differenz s h zu dem kleinern Sinu r n; so komt s m, der gesuchte mittelste Sinus heraus. §.

8. **Aufgabe.** Man soll finden den Sinum des Bogens, welcher die halbe Differenz machet, zwischen zwey gegebenen Bogen. Z. E. 102. fig. 12.

Es sey der eine gegeben Sin. u o,
deßen Bogen au = 36°.
Der andre gegebene Sin. r n,
deßen Bogen a r = 30°.

6°.

Aufl. Ziehet den kleinern Sin. r n = 5000000 ab, von den grossen Sin. u o = 5877853.

So bleibet übrig die Differenz u g = 877853.

Wenn ihr nun das □ von r g und u g addiret, aus der Summe derselben aber den radicem extrahiret; so ist diese Wurzel die Linie r u. (§. 381. geom.)

Halbiret r u; so ist r s = s u der Sinus von der halben Differenz beyder gegebenen sinuum.

9. **Aufgabe.** Man soll zu einem gegebenen Sinu, seinen Cosinum finden. Z. E. Es sey der Sinus e d von 30°, der Cosinus e g, wird gesucht. 103. fig. 1.

Auflösung. Weil e c = 10000000. (§. 12)
Und auch gegeben wird e d = 5000000.
So machet aus beyden die Quadrat-Zahl.

Von

5\. Von dem □ e c ziehet ab das □ e d, und ziehet aus dem gefundenen □ von d c die Wurzel; so habt ihr d c = e g. (§. 31.) als den Cosinum des Winkels e c g = 30° gefunden.

104\. fig. 10. 10\. **Aufgabe.** Man soll zu einem gegebenen Sinu den Secanten finden. Z. E. e d soll Sinus, e c Secans seyn.

Auflösung. Der Secans des Sinus ist allezeit der radius. (§. 8.) Ergo hat er allezeit 10000000. (§. 12.)

105\. fig. 1. 11\. **Aufgabe.** Man soll den sinum versum a d finden, wann der Sinus rectus gegeben.

Auflösung. Suchet zu dem gegebenen Sinu e d, den Cosinum e g; (§. 103.) diesen ziehet ab von dem Sinu toto a c; so bleibt sinus versus a d übrig.

106\. fig. 10. 12\. **Aufgabe.** Man soll den Tangentem a n finden, zu einem gegebenen Sinu b r.

Weil der Sinus b r mit dem Tangente a n parallel lauft; (§. 18.) so ist a n c ∼ △ r c b. (§. 312. geom.)

Schliesset demnach also: Wie b c : b r = a c : a n; so giebt der Tangens, a n die gesuchte vierte Proportional-Zahl ab.

107\. 13\. **Aufgabe.** Man soll aus den drey gefundenen Sinibus, als aus 45°, (§. 96.) aus 30°, (§. 97.) aus 36° (§. 100.); alle übrige Sinus von 1′ an bis auf 90° finden,

und also den Canonem triangulorum (§. 9.) verfertigen.

Auflösung. Es geschiehet dieses 1) theils durch das bisseciren (§. 65.); theils durch das addiren des Cosinus. (§. 67.)

Als man findet aus dem Sinu des Winkels,

von 36°, dessen Cosinus ist — — 54°

den Sin. 18°	dessen	Cosinus ist		72°	27°	dessen Cosinus	ist =	63°
9, —	— —	— —	81° halbirt	36	13°, 30'	— —	76, 30	13°, 30
4, 30'	— —	85°, 30' halbirt	40 30	18	6°, 45'	— —	38° 15'	15°, 45'
2, 15,	83° 45' halbirt	42, 45	20, 15	9	3°, 22	86° 48'	19, 7	7, 52
1, 7,	43, 52	21, 22	10, 7	4, 30'	1°, 41	43, 24	9, 33	3, 56
— 33	21, 55	10, 41	5, 3	3, 15	— 50	21, 42	4, 46	1, 55
	11, 52	5, 20	2, 3	1, 7.	&c.	10, 51	2, 23	
	5, 56	2, 10	1, 15			5, 25	1, 11.	
	2, 58	1, 15				2, 42		
	1, 29					1, 21.		

Man findet also auch

aus 45°

22, 30' dessen Cosinus ist	— —	67° 30'. halbirt
11, 15. — — —	78°, 54' halbirt	33, 45.
5, 7. — — —	39, 22	16, 52
2, 8. — — —	19, 41	8, 26.
	9, 50	4, 13.
	4, 55	2, 6.
	2, 27	1, 3.
	1, 13	

§. Man findet aus 30° und 54° deren halbe Differenz ist 12, wieder folgenden Winkel; als

aus 12° dessen	Cosinus	78°
		halb.
6 —	84	34.
	halb.	
3 —	42	17.
1, 30'.	21	6.

108. 14. **Aufgabe.** Man soll den Sinum und Tangentem eines gegebenen Winkels, z. E. 32°, 48, der also unter 45° ist, in dem Canone, oder tabulis sinuum, finden.

Auflösung. 1. Machet euch vor allen die Einrichtung von diesen Tabulis recht bekant, und zwar also:

Wenn ihr das Buch, die Tabulae sinuum genant, aufschlaget; so findet ihr auf der Seite zur Rechten stehen oben, die Grade eines Winkels; in der ersten schmalen Columne aber, des Winkels Minuten, von 1 Minute bis 60 Minuten.

In der darneben stehenden Reihe findet ihr den Sinum des Winkels von so und so vielen Graden und Minuten.

In der neben dieser Reihe stehenden Zahl, bemerket ihr den Tangentem eben dieses Winkels.

Darauf folget in der vierten Columna der Logarithmus Sinus. In der fünften aber der Logarithmus Tangentis.

Auf

Auf der Seite zur linken aber, findet ihr oben das Complementum des Winkels der zur rechten stehet, der mit dem Winkel zur rechten stehet addirt, gerade 90° ausmachet. §.

Unter diesem Winkel stehen eben die vorhin angezeigten fünf Columnen.

2. Wollet ihr nun euren Winkel von 32°, 48′ suchen; so schlaget auf der Seite zur rechten nach, bis ihr oben 32° findet. Gehet alsdenn in der ersten schmalen Columne herunter, bis ihr 48′ habt.

Sehet nach, was neben dieser Zahl 48′, für eine Zahl stehet, nemlich 541082. diese ist der Sinus von 32°, 48′: die darnebenstehende 6444560 ist der Tangens von 32°, 48′; darauf folgt darneben 97337654. dieses ist der logarithmus sin. von 32°, 48′ und die darauf folgende Zahl als 98091933 ist der Logarithmus tangentis von 32°, 48′.

15. Aufgabe. Man soll den Sinum und Tangentem eines Winkels, der über 45° ist, finden. Z. E. 48°, 15′. 109.

Auflösung. Wollet ihr nun den Sinum von 48°, 15′ suchen, so schlaget auf der Seite zur Linken nach, bis ihr 48° oben findet; gehet alsdenn in der schmalen Columne herunter, bis ihr 15′ habt. Sehet nach, was neben 15′ für eine Zahl stehet, ihr werdet finden 7460574, dieses ist der Sinus des Winkels von 48°, 15′. Die darne-

 benstehende

§. benstehende Zahl 11204053 wäre der Tangens von 48°, 15′. Die darauf folgende Zahl 98727722 wäre der Logarithmus sinus und die darnebenstehende 100493754 der Logarithmus tangentis von eben dem Winkel.

110. 16. **Aufgabe.** Man soll den Sinum eines Winkels, der über 90° hat, finden. Z. E. 126°, 32′.

Auflösung. Ziehet den gegebenen Winkel = 126°, 32′, von 179°, 60′ ab; so bleibet der spitzige Winkel 53°, 28′ übrig, welcher eben diesen Sinum hat. (§. 59.)

Suchet den Sinum dieses Winkels in den Tabulis sinuum nach. (§. 109.)

111. 17. **Aufgabe.** Man soll zu den Zahlen eines gegebenen Sinus, der in tabulis stehet, den Winkel suchen. Z. E. 2334454.

Auflösung. Merket vor allen, daß, je grösser die ersten Zahlen des Sinus sind, desto grösser ist auch sein Winkel; je kleiner sie aber sind, desto kleiner ist auch der Winkel.

Behaltet die ersten drey Zahlen, z. E. hier 233. und suchet in den tabulis nach, ob ihr nicht diese drey Zahlen bey einem Winkel findet: weil die Zahl klein, so müsset ihr ohngefehr von 10° bis 20°, also von unten bis 45′ zu suchen.

Gesetzt,

Gesetzt, ihr hättet gefunden 233, bey 13°, 29′; Sehet ferner zu, ob auch 4454 dabey stehet, wo nicht, so gehet so weit, bis ihr 2334454 habt; so wird es der Sinus von 13°, 30′ seyn. §.

18. Aufgabe. Man soll finden, den Winkel eines Sinus, aus einer gegebenen Zahl, die nicht in tabulis accurat stehet. 112.

Auflösung. Z. E. Es sey die Zahl 9682753. Suchet nach (§. 111.) welche Zahl in den tabulis die nächstfolgende grössere Zahl von eurer ist, diese sey 9682931 = 75°, 32′.

Ziehet demnach eure Zahl von diesen nächstfolgenden Sinu ab 9682753

178.

Addiret die Differenz 178 zu eurer Zahl — — 9682753

178

So habt ihr den Sinum vollkommener 9682931.

19. Aufgabe. Man soll den Winkel eines Sinus finden, aus einer solchen gegebenen Zahl, welche die Zahlen, so in denen tabulis sinuum stehen, übertreffen. Z. E. 2834575 | 97. 113.

Auflösung. Schneidet von eurer Zahl die 7 ersten Zahlen ab; so habt ihr entweder euren gesuchten Sinum accurat (wie hier in diesem Fall) da es der Winkel des Sinus von 16°, 28′. Denn, wenn ihr die beyden Zahlen 97

§. weglasset; so fallen nur Millionen- und zehen Millionen Theile des Sinus weg, welches nichts sagen will.

Oder, wenn eure abgeschnittene 7 Zahlen nicht accurat in den tabulis anzutreffen wären; so suchet nach (§. 112.) den Sinum darzu, der mit einem in den tabulis befindlichen Sinu am genauesten überein komt.

114. **20. Aufgabe.** Man soll zu drey gegebenen unbekanten Stücken eines Triangels, die drey übrigen unbekanten finden.

Wie diese Aufgabe auf verschiedene Art könne aufgelöset werden, wird aus nachstehender kurzgefaßten Tabelle zu ersehen seyn.

115. Tab. II. fig. 1.

I. Rechtwinklichte Triangel, wobey 4 Aufgaben aufzulösen.

Es wird gegeben.	Man soll finden.	Man schliesset.
1) Die Seiten AB und AC.	Die Winkel C und B.	AC : AB = AC als Sin. tot : AB, als Tang. C.
2) Die Seiten AC, und CB.	Den Winkel B.	CB : Sin. A = AC : Sin. B.
3) Die Seite AC, und der Winkel C.	Die Seite AB.	Sin. tot. AC : Tang. AB = AC : AB als der Seite.
4) Die Seite AC, und die Winkel B und A.	Die Hypothenusa BC.	Sin. B : AC = Sin. A : CB.

2. Spitz und stumpfwinklichter Triangel,

§. 116. fig. 2.

wo abermals 5 Aufgaben aufzulösen.

Es wird gegeben.	Man soll finden.	Man schliesset.	
1) Die 1 Seite AC und 2 Winkel A und B.	Die übrigen Seiten AB und BC.	Sin. B : AC = Sin. C : AB. Sin. B : AC = Sin. A : BC.	
2) Die 2 Seiten AC und AB. Den 1 Winkel C.	Die übrigen Winkel A und B. Und die Seite BC.	AB : Sin. C = AC : Sin. B. Sin. C : AB = Sin. A : BC. AC : Sin. B = BC : Sin. A.	
3) Die 2 Seiten AB und AC. Der Winkel A den sie einschliessen.	Die übrigen Winkel C und B.	$AB + AC : AC - AB = tg. \frac{B+C}{2} : tg. \frac{B-C}{2}$ oder: Wie die Summe der Seiten zu ihrer Differenz; also der Tangens der ½ Summe der Winkel B + C, zu dem Tangente der ½ Differenz. Diese halbe Differenz zu der halben Summe addirt, giebt den grössern Winkel B; hingegen subtrahirt giebt den kleinen Winkel C.	fig. 4.
4) Die 2 Seiten AB und AC. Der stumpfe Winkel B.	Die übrigen Winkel A und C. Und die Seite BC.	AC : Sin. Y = AB : Sin. C. (§. 58.) Sin. C : AB = Sin. A : BC.	fig. 4.

Es wird gegeben.	Man soll finden.	Man schliesset.
fig. 4. 5) Die 3 Seiten AB, AC und BC.	Alle 3 Winkel A, B, C.	AC : AB + BC = EC : FC. AB : Sin. G = AG : Sin. B. BC : Sin. A = AB : Sin. C. Da zween Winkel gefunden; so weiß man den dritten auch (§.276.geom.)

Der andere Abschnitt,
Von der künstlichen Berechnung der Triangel durch die Logarithmos.

I. *Definitiones* oder Erklärungen.

§. 117. 1. *Logarithmus* wird genennet diejenige Zahl aus einer arithmetischen Progression, so sich von 0 anfängt, und unter derjenigen Zahl von einer solchen geometrischen Progression stehet, welche sich von 1 anfänget. Als:

Es sey die geom. Progression 1. 2. 4. 8. 16.
und die arithm. Progression 0. 1. 2. 3. 4.

Hier ist die untere Zahl 1. der Logarithmus von der darüber stehenden 2. Die untere Zahl 2. aber der Logarithmus von der darüberstehenden 4.

118. 2. *Characteristica sc. Cyphra* heisset diejenige erste Zahl eines Logarithmi, welche zu erkennen giebet, ob die Zahl zwischen 1 und 10; oder zwischen 10 und 100; oder zwischen

100

100 und 1000; oder zwischen 1000 und 10000 fallen. Z. E. 0778I512; die (0) zeiget an, daß die Zahl zwischen 1 und 10 sey nemlich 6. Ferner, 1. 6434527; da zeiget die (1) an, daß die Zahl zwischen 10 und 100 sey, nemlich 44. §.

3. *Canon triangulorum artificialis s. tabulae Logarithmorum Sinuum et Tangentium*, wird das Verzeichnis der ausgerechneten Logarithmorum aller Sinuum und Tangentium genennet. (§. 10.) 119.

II. *Hypotheses* oder wilkürliche Sätze.

1. Weil es zu mühselig fället, durch das multipliciren und dividiren mit so grossen Zahlen, wie die Sinus und Tangentes haben, die unbekanten Stücke eines Triangels zu finden; so sollen die Logarithmi dieser Sinuum und Tangentium gebrauchet werden, als wodurch (wie bald folgen wird) man statt des multiplicirens, nur addiren, und statt des addirens, nur subtrahiren darf. 120.

2. Weil mit der Decimalzahl am leichtesten zu rechnen ist; so soll bey den Logarithmis die geometrische Progression zum Exponenten 10 haben. 121.

Es wäre also die geometrische Progression

	1.	10.	100.	1000.	10000.	100000.
die arithm.	0.	1.	2.	3.	4.	5.

3. Weil aber zwischen 1 und 10, noch mehr aber zwischen 10 und 100, auch zwischen 122.

§. 100 und 1000 viele Zahlen darzwischen stehen; so soll statt der arithmethischen Progression 0. 1. 2. 3. 4. angenommen werden 00000000. 10000000. 20000000 ꝛc. damit man die Logarithmos der zwischen 1 und 10, zwischen 10 und 100 ꝛc. stehenden Zahlen, ob wol nicht ganz vollkommen accurat, doch so genau finden kann, daß sie nur um einen Bruch, der wenig austrägt, fehlen.

123. 4. Der Logarithmus vom Sinu toto, soll jederzeit in 10000000 getheilet, und nach ihm die Logarithmi, der kleinern Sinuum, berechnet werden.

124. 5. Weil die Berechnung der Logarithmorum eine weitläuftige und mühselige Sache ist; so hat man alle Logarithmi einmal für allemal genau ausgerechnet, und in eine richtige Ordnung gebracht, daß man zu jeder Zahl, durch Aufschlagen des Canonis, den Logarithmum sogleich, ohne viele Mühe, finden könne.

III. *Axiomata* oder Grundsätze.

125. Der Logarithmus ist eine Zahl aus einer arithmethischen Progression. (§. 117.)

126. Der Logarithmus beziehet sich auf eine geometrische Progression. (§. cit.)

127. Also gehören zweyerley Progressionen zu den Logarithmis, eine arithmetische und eine geometrische. (§. 125. 126.)

Cha-

§.

Die Characteristica zwischen 1 und 10, ist allezeit 0, zwischen 10 und 100 aber 1; zwischen 100 und 1000. 2; zwischen 1000 und 10000, aber 3. ꝛc. 128.

Characteristica (0) zeiget also die Einer, (1) hingegen die Zehner, (2) die Hunderte, (3) die Tausende, (4) die Zehntausende an. (§. 128.) 129.

Die Logarithmi gehen in einer arithmetischen Progression fort, und ihre Differenz ist 1. (§. 117.) 130.

Wenn man also zu der halben Summe zweyer unbekanten Logarithmorum, die halbe Differenz addiret; so kommet der grössere Logarithmus heraus: Hingegen subtrahiret man; so bekomt man die kleinere Zahl. (§ 90.) 131.

Der Logarithmus zeigt mir an, wie oft ich bey der obenwerts stehenden geometr. Proportion, die erste Zahl derselben mit dem Exponente multipliciret habe. (§. 117.) 132.

Der Logarithmus vom radio oder sinu toto, hat jederzeit 10000000. (§. 123.) 133.

Je kleiner der Sinus, desto kleiner ist auch der Logarithmus des Sinus et vice versa. (§. 132.) 134.

Wenn bey einer gefundenen Zahl, die drey letzten Ziffern auch nicht mit dem Logarithmo übereinkommen; so hat man die gesuchte Zahl doch bis auf den millionsten Theil gefunden. (§. 133.) 135.

Wenn

§.
136. Wenn man von einem Logarithmo die drey oder vier letzten Zahlen wegwirft, so wird er nur im ersten Fall um zehen tausend, im andern Fall aber um hundert tausend Theile kleiner, welches wenig beträgt. (§. 133.) Z. E. 14770028.

137. Wann man also eine Zahl gefunden, welche mit den 4 oder 5 ersten Zahlen des Logarithmi übereinkommen; so hat man die Linie des △ bis auf 10000, oder bis auf 100000 Theile gefunden. (§. 136.)

138. Je mehr von den gefundenen Zahlen mit den Zahlen des Logarithmi übereinkommen, desto accurater ist die Linie, welche durch die Zahlen bestimmet wird, gefunden. (§. 135.)

IV. *Theoremata* oder Lehrsätze.

139. I. **Lehrsatz.** Wenn man bey einer geometrischen Progression

1.	2.	4.	8.	16.	32.	64.	128.	256.	512.	1024.	2048.	4096.
0.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.

zwey Glieder, z. E. 8 und 64 multipliciret, aus der arithmetischen Progression aber die unter diesen Gliedern stehende Logarithmos 3 und 6 addiret; so ist die Summe dieser letztern, nemlich 9, der Logarithmus von dem facto der erstern 512.

Beweis. Nach der Arithmetik findet ihr zu drey gegebenen die vierte Proportional-Zahl, wenn ihr die beyden letzten addiret, und

und die erste davon subtrahiret. Wenn das erste Glied = 0 das eine gegebene = 3. das andere gegebene = 6 ist; so folget daß 9 die vierte arithmetische Proportional-Zahl sey. Weil nun bey einer arithmetischen Proportion die Summe der beyden äussersten Glieder gleich der Summe der beyden mittelsten; so muß auch der Logar. facti gleich seyn den Logarithmis der beyden Factoren. Folglich erkennet ihr, daß 9 der Logarithmus von 512. als dem facto aus 8 und 16 sey. §.

2. **Lehrsatz.** Wenn man ein Glied von der geometrischen Progreßion quadriret, oder mit sich selbst multipliciret; seinen Logarithmum aber dupliret; so ist dieses Duplum der Logarithmus des Quadrats von dem gegebenen Glied. Z. E. das gegebene Glied sey 8: also das Quadrat 64. Der Logarithmus von 8 ist 3: also das Duplum 6; dieses aber ist der Logarithmus von 64. 140.

Beweis. Denn man kann schliessen. Wie

1 : 8 = 8 : 64.

desgleichen wie 0 — 3 = 3 — 6. Also erhellet, daß 6 der Logarithmus von 64 sey.

3. **Lehrsatz.** Wenn man ein Glied der geometrischen Progreßion cubiret, und desselben Logarithmum tripliret; so ist dieses Triplum der Logarithmus von der Cubic-Zahl. Z. Ex. Es sey das Glied der geo- 141.

metrischen

metrischen Progreßion = 8, also ist sein Cubus = 512. Da nun der Logarithmus von 8 ist 3; so wird das Triplum seyn = 9. Diese 9 ist auch der Logar. von 512.

Beweis. Man schließt wie: 1 : 8 = 64 : 512.
Und wie: 0 — 3 = 6 — 9.

142. 4. **Lehrsatz.** Wenn man zwey Glieder einer geometrischen Progreßion mit einander dividiret, ihre Logar. aber alsdenn von einander subtrahiret; so ist der Rest davon der Logarithmus von dem Quotienten der ersten. Z. Ex. Es seyn die zwey Glieder 8 und 32. Ihre Logarithmi sind also 3 und 5; 3 von 5 abgezogen, bleibt 2: diese 2 ist der Logarithmus von 4, als des Quotienten von 32, dividiret mit 4.

Beweis. Man kann schliessen: Wie
8 : 32 = 1 : 4.
Und wie 3 — 5 = 0 — 2.
Also ist es klar, daß 2 der Logarithmus sey von 4, als von dem Quotienten der dividirten Glieder 8 und 32.

143. 5. **Lehrsatz.** Wann aus einem Gliede der geometr. Progreßion, die Quadratwurzel ausgezogen, aber der Logarithmus davon halbirt wird; so ist dieser halbe Logarithmus der Logarithmus der Wurzel des Quadrats. Es sey das Quadrat = 64. dessen Logarithmus ist = 6: allso die Hälfte = 3. Diese 3 ist der Logarithmus von = 8, welches die Wurz vom □ = 64.

Beweis.

Beweis. Man schliesset, wie 1 : 8 = 8 : 64. §.
Also auch wie 0—3 = 3—6.

Zusatz. Wäre es also Logarithmus quadrati; so müste ich die 6 halbiren. 144.

6. **Lehrsatz.** Wenn man aus einem Gliede der geometrischen Progreßion die Cubiczahl ausziehet, und von dieses Gliedes Logarithmo ein Dritteil nimt; so ist dasselbe der Logarithmus von der Cubicwurzel des Gliedes. Z. E. Es sey die Cubic-Zahl 512, dessen Logar. ist 9 der Drittheil von 9 aber ist 3. Diese 3 ist der Logarithmus von 8, als von der Wurzel der Cubic-Zahl 512. 145.

Beweis. Man schliesset wieder,
wie 1 : 8 = 64 : 512.
Und wie 0—3 = 6—9.

7. **Lehrsatz.** Wenn man die Summe zweyer Logarithmorum und den einen Logar. auch davon hat; so findet man den andern durch das Subtrahiren. Z. E. Die Summe der zwey Logarithmorum sollen seyn 12, der eine ist 8; subtrahiret man nun 8 von 12, so bleibet 4 als der andere Logarithmus übrig. 146.

Bew. Ich kan schliessen, wie 12—8 = 4—0. Da nun der Logar. 4, gleich der Summe der beyden Logarithmorum — 8; so muß ich den einen Logar. von der Summe der beyden Logarithmorum abziehen, so bekomme ich den andern Logarithmum.

V. *Pro-*

§. V. *Problemata.*

A. Allgemeine Aufgaben.

147. I. **Aufgabe.** Den Logarithmum zu einer jeden gegebenen Zahl zu finden. Z. E. 9.

Auflösung. Weil zu den Logarithmis zwo Progreßionen, nemlich eine arithmetische und eine geometrische erfordert werden, (§. 127.) und die Decimalzahl zum Ausrechnen die beste ist; (pr. arithm,) auch es wilkürlich bleibet, welche Progreßion man machet; so nimt man um der genauen Ausrechnung willen eine grosse Zahl an, dieses sind die 10000000 des Sinus totius, (§. 132.) und formiret die geometrische und arithmetische Progreßionen also:

10000000.	100000000.	1000000000.	10000000000.	100000000000.	
00000000.	10000000.	20000000.	30000000.	40000000.	xc.

Da nun hieraus offenbar ist, daß die Zahlen zwischen 1 uud 10, keinen solchen Logarithmum haben können, der in ganzen Zahlen auszudrücken wäre; so nimt man deswegen die Brüche, und suchet eine Zahl, die dem Logarithmo am nächsten komt. Dieses geschiehet durch ausfindigmachen der mitlern Proportional = Zahl, sowol der geometrischen als auch arithmetischen Progreßion.

Daher

Daher suchet man zu $\overset{A.}{10000000}$ und zu $\overset{B.}{100000000}$. die mitlere geometrische Proportionalzahl, nemlich man multipliciret 10000000 mit 100000000, so kommt 1000000000000000. Daraus ziehet man die Quadratwurzel, welche ist 31622777. Diese Wurzel ist die mitlere Proportionalzahl C. Daraus schliesset man wieder mit B. und C. also:

Wie B — : — $\left(\frac{D}{X}\right)$ — : — C.

100000000 — 56234132 — 31622777.

Multipliciret abermals das erste und letzte Glied, und ziehet aus dem Facto die Quadratwurzel; so bekommt man D = 56234132. Weil nun aber wieder ein grosser Bruch bleibt; so fährt man fort zu schliessen:

Wie B — : — $\left(\frac{E}{X}\right)$ — : — D.

100000000 — 74989421 — 56234132.

Multipliciret ihr B und D, und ziehet aus dem Facto die Quadratwurzel; so bekomt ihr für die mitlere Proportionalzahl E, 74989421. Und weil ein starcker Bruch bleibet; so schliesset ferner:

Wie B — : — $\left(\frac{F}{X}\right)$ — : — E.

100000000 — 86596432 — 74989421.

Auf solche Art fahret fort, bis ein ganz kleiner Bruch übrig bleibet.

Schliesset also:

Wie B — : — G — : — F.
Wie B — : — H — : — G.
Wie B — : — I — : — H.
Wie B — : — K — : — I.
Wie B — : — L — : — K.
Wie B — : — M — : — L.
Wie B — : — N — : — M.
Wie B — : — O — : — N.
Wie B — : — P — : — O.
Wie B — : — Q — : — P.
Wie B — : — R — : — Q.
Wie B — : — S — : — R.
Wie B — : — T — : — S.
Wie B — : — V — : — T.
Wie B — : — X — : — V.
Wie B — : — Y — : — X.
Wie B — : — Z — : — Y.
Wie B — : — a — : — Z.
Wie B — : — b — : — a.
Wie B — : — c — : — b.
Wie B — : — d — : — c.
Wie B — : — e — : — d.

Wenn ihr bis dahin komt; so wird die Zahl 89999998 heraus kommen, die einen ganz kleinen Bruch hat. Dieser ist der Logarithmus 0,95724250.

Wenn ihr nun die mitlere arithmethische Proportionalzahl eben auf diese Art suchet, da ihr schliesset:

Wie

Wie A — : — $\frac{C}{X}$ — : — B.

0.0000000 — 5.0000000 — 1.0000000.

Addiret beyde Zahlen und halbiret sie alsdann; so habt ihr C = 5.0000000. Schliesset weiter:

Wie B — : — $\frac{D}{X}$ — : — C.

1.0000000 — 7.500000 — 5.0000000.

Wie B — : — E — : — D. und so fort, bis ihr die Buchstaben B. C. D. mit der vorigen Zahl gleich habt; so werdet ihr die Zahl 0.95724250 finden, welches beynahe der Logarithmus von 9 ist; denn es fehlet nur, daß statt 50, 25 seyn soll.

Vorstehendes Täflein, so aus des Herrn Baron von Wolffs Elementis genommen, wird ausweisen, wie die Zahlen übereinander stehen müssen.

2. Aufgabe. Den Logarithmum einer größern Zahl zu finden, als in den tabulis sinuum befindlich ist; die doch aber auch kleiner ist, als 10000000. Z. E. Es soll der Logarithmus von der gemeinen Zahl 32005 gefunden werden, (denn so weit reichen die tabulae nicht zu). 148.

Auflösung. Man nimt die vier ersten Zahlen 3200, und suchet darzu den Logarithmum in den tabulis, welcher ist

= 3.5051500

Man ziehet dieses ab von dem nächstfolgenden Logarithmo = 3.5052857

bleibt 1357.

§. Man schliesset: wie 10 die Differenz der aufgeschlagenen Zahlen, (in tabulis in 10 Theilchen) zu der Differenz beyder Logarithmorum = 1357; also verhält sich die zurückgelassene Zahl 5 zur Differenz derer Logarithmorum. 10 : 1357 = 5 : 679.

5) (2) (1)

Dieses wird addiret zu 3.5051500, als dem Logar. von 3200. giebt also 3.5052179.

Man erhöhet endlich die Characteristicam 3 um 1, weil hinten nur eine Zahl 5 abgeschnitten; so komt der ganze Logarithmus 4.5052179 = 32005.

149. 3. **Aufgabe.** Den Logarithmum eines Bruchs zu finden, dessen Zähler kleiner als der Nenner ist. Z. E. $\frac{3}{8}$.

Auflösung. Der Logarithmus des Zählers wird abgezogen von dem Logarithmo des Nenners.

Dem Rest wird das Zeichen des subtrahirens (—) vorgesetzet.

Z. E. Logarithmus 3. = 0.4771212
Logarithmus 8. = 0.9030900.

Also ist Logarithmus $\frac{3}{8}$ = — 0.4159688.

150. 4. **Aufgabe.** Den Logarithmum eines Winkels, in den tabulis sinuum, zu finden.

Auflösung. Siehe (§. 108.)

5. Auf=

5. Aufgabe. Den Logarithmum einer gemeinen Zahl in tabulis zu finden. Z. E. 348. §. 151.

Auflösung. In den tabulis sinuum stehen, nach den Logarithmis der sinuum et tangentium, auch die Logarithmi von den gemeinen Zahlen von 1 bis 10000, also daß auf der ersten Seite die Logarithmi der Zahlen, von 1 bis 100, auf der andern von 100 bis 200, auf der dritten von 200 bis 300 rc. rc. und alsofort befindlich sind.

Wollet ihr nun den Logarithmum einer Zahl z. E. von 348 suchen, so sehet nach auf der Seite, wo 300 drüber stehet; gehet auf dieser Seite herunter, bis ihr in der zweyten schmalen Columne 348 findet. Die Zahl nun, welche bey 348, in der Columne darneben stehet, ist der Logarithmus von 348. Dieses ist aber die Zahl 2.5415792.

6. Aufgabe. Eine Zahl zu finden, welche mit einem Logarithmo am genauesten überein komt, und die in den tabulis sinuum nicht stehet, z. E. 3. 0914827. 152.

Auflösung. Wenn die Zahl zwischen 1000 und 10000, und litera characteristica ist 3, da verfähret man also:

a) Der Logarithmus, welcher dem gegebenen Logarithmo am nächsten komt, aber doch kleiner ist, wird abgezogen von dem nächst

grössern Logarithmo, dieses giebt die Differenz 1676.

b) Nun ziehet den kleinen Logarithmum von 1234 ab, von dem nächstfolgenden Logarithmo von 1235, so bleibt die Differenz 3518.

c) Darauf schliesset also: wie die erste Differenz 1676 des kleinen Logarithmi, zu 100; also die andere Differenz 3518, der grössern Zahl, zu der vierten Proportionalzahl, das giebt $47\frac{2354}{3518}$.

d) Die herausgekommene Zahl, wird zu der Zahl des Logarithmi, welcher dem gegebenen Logarithmo am nächsten komt, aber kleiner ist addiret; so ist diese Summe eben diejenige Zahl, welche man gesucht.

3. Ex. Man soll zu dem Logarithmo 3.0914827. die Zahl suchen, die ihr am nächsten komt $= 1234\frac{47}{100}$.

Der Logar. der ihm am nächsten komt $= 3.0913151 = 1234.$

1676.

Logar. major ist $= 3.0916669 = 1235.$

minor ist $= 3.0913151 = 1234.$

3518.

Man schliesset also:

$1676 : 100 = 3518 : 47.\frac{2354}{3518}$.

7. Auf-

§. 153.

7. Aufgabe. Eine Zahl zu finden, welche grösser als die Logarithmi, die in der Tabelle stehen. Z. E. Man soll suchen 6.7589982.

Auflösung. Man subtrahire von dem gegebenen Logarithmo 10 oder 100 oder 1000, bis der Logarithmus übrig bleibt, welcher der kleine nach der Tabelle ist. Man sucht nach voriger Aufgabe die Zahl, die mit ihm übereinkomt. Man multipliciret sie durch 10, 100, oder 1000; so ist das Factum die gesuchte Zahl.

Z. E. von 6'7589982 abgezogen, der Log. von 1000 ist 3.0000000.

3.7589982 = Log. 3.3758464 = 2376.

8. Aufgabe. Zu dreyen Proportionalzahlen die vierte zu finden, vermittelst der Logarithmorum. Z. E. 4 : 32 = 5 : X = 40. 154.

Auflösung. Addiret die Logarithmos der beyden letzten Glieder von 32 und 5; subtrahiret von der Summe den Logarithmum des ersten Gliedes, der Rest ist der Logarithmus vom X.

Logarithm. 32 = 1.5051500.
Logarithm. 5 = 0.6989700.

2.2041200.
Logar. 4 = — 0.6020600.

1.6020600 = Log. von 40.

§. 155. 9. **Aufgabe.** Es wird gegeben der Logarithmus des Sinus und Cosinus. Man soll den Logarithmum tangentis finden.

Auflösung. Man addiret den Logarithmum sinus zum Logarithm. sinus totius: Man subtrahire davon den Logarithm. Cosinus. D:r Rest ist der Logarithmus tangentis.

Z. E. Man soll finden Log. tang. von 36°.
Logarithm. Sin. 36° = 9.7692187.
— — Sin. tot = 10 0000000.

1.97692187.
Logar. Cosin. = 9.9079576.

9.8612610 = Log. tang. von 36°.

B. Besondere Aufgaben.

Welche die Berechnung der △ △ durch Logarithmos betreffen. Diese sollen in der Ordnung der obigen Tabelle pag. 39 folgen. Und zwar:

A.) Aufgaben von rechtwinklichten Triangeln.

156. Tab. II. fig. 1. I. **Aufgabe.** Es wird die Seite AB = 18′ und AC = 24′ gegeben. Man soll finden die Winkel C und B.

Sehet

Aufl. Sehet AC und AB, erstlich an, als Seiten des △ ABC; alsdenn betrachtet auch AC, als den radium, oder sinum totum; AB aber als den tangentem des Winkels C, und schliesset also:

Wie AC : AB = sin.tot. AC : tang. AB von C.
24′ : 18′ = 90°.
Log. = 1.3802112 : 1.2552725 = 10.0000000
1.2552725

11.2552725
1.3802112

9.8750613 = Log. tang. von C = 36° 52′.

Da nun A ein rechter Winkel ist, und ihr den Winkel C gefunden; so könnet ihr B leicht finden nach (§. 276. geom.)

2. Aufgabe. Es werden gegeben, die Seiten AC = 24′, und CB = 30′. Man soll den Winkel B finden. §. 157. Tab. II. fig. 1.

Schliesset, wie CB : Sin. A = CA : Sin. B.
30′ : 90° = 24′ : 53°, 8′.

Logar. Sin. A = 10.0000000 } addiret.
Logar. CA = 1.3802112 }

1.3802112
Logar. CB = 1.4771212 subtrahiret.

9.9030900. Logar. Sinus B = 53°, 8′.

§. 158. **3. Aufgabe.** Es wird gegeben die Seite
Tab. II. fig. 1. AC = 24′ und der Winkel C = 36°, 52′. Man soll finden AB, und auch BC.

Schliesset:

wie CA, als sin. tot: AB, als tang. von C = CA. als der Seite des △: AB.

90° : 36°, 52′ = 24′.

Log. tang. C = 36°, 52′ = 9.8750613 } add.
Log. Seite CA = 24′ = 1.3802112 }

1.1255272 5

Log. CA = 90° = 10.000000 subtrah.

1.2552725 = Log. der Seite AB = 18′.

Oder weil der Winkel A = 90° und C = 36° 52′; so ist B = 53°, 8′.

Schliesset: wie Sin. B : CA = Sin. C : AB.

53°, 8′ : 24′ = 36°, 52′ : 18′

Log. Sin. C = 36°, 52′ = 9.7781186. } add.
Logar. AC = 24 = 1.3802112 }

1.1583298

Log. Sin. B = 53°, 8′ : 9.9031084 subtrah.

1.1255 2214 = Log. der Seite AB = 18′.

Wollet ihr CB finden; so schliesset: wie Sin. B : CA = Sin. A : CB.

159. **4. Aufgabe.** Es wird gegeben, die Seite
Tab. II. fig. 1. AC = 24′ und der Winkel B = 53°, 8′. Man soll die Hypothenusam CB finden.

Schlies-

Schliesset: wie Sin. B : C A = Sin. A : CB.
$53^{o\prime}\ 8^{\prime} : 24^{\prime} = 90^{o} : 30^{\prime}$
Log. 9.9031084 : 1.3802112 = 10.0000000
1.38021112

1.13802112
9.9031084

Logar. CB = 1.4770028 = 30′.

5. Aufgabe. Die gefundene Seite CB = 30′ noch genauer zu finden; weil der Logarithmus 1.4770028 mit dem Logarithmo in tabulis zu der Zahl 30′, nicht vollkommen übereinstimmet. §. 160. Tab. II. fig. 1.

Ziehet von eurem gefundenen Logarithmo
CB = 30′ = 1.4770028
ab, den nächstvorhergehenden kleinern Logarithmum = 29′ = 1.4623980.

146048.

Ziehet eben diesen euren Logar. = 1.4770028
ab, von dem nächstfolgenden grössern, nemlich 31′ = 1.4913617.

143589.

Wenn ihr nun die Zolle finden wollet; so nehmet die Zahl 10, denn 10 Zolle gehen auf einen Schuh. Schliesset also:

Wie die kleine Differenz = 146048 : 10 Zoll (welche ihr finden wollet):
also die grössere = 143589 : X = 9.

So

So findet ihr über diese 30 Schuh noch 9 Zoll.

Auf solche Art könnet ihr auch die Linien und Scrupeln finden.

B.) Aufgaben, von den schiefwinklichten, das ist, von den spitzigen und stumpfen Triangeln.

Dabey folgende Aufgaben vorkommen:

Es werden gegeben, 2 Winkel und 1 Seite.
oder 1 Winkel und 2 Seiten.
oder 3 Seiten.

§. 161. Tab. II. fig. 2. I. **Aufgabe.** Es wird gegeben die Seite AC = 458, und die Winkel A = 64°, 20′ und B = 78°, 35′. Man soll finden die Seiten AB, und CB.

Auflösung. Schliesset nach (§. 47.) also:

Wie Sinus B : AC = Sin. C : AB

78°, 35′ : 458 = 37°, 5′ : X = 281.

Log. 9.9913207 : 2.6608655 = 9.7803000

2.6608655

1.24411655

9.9913107.

Log. AB = 2.4498448 = 281.

Damit ihr nun auch BC findet; so schliesset:

entweder, wie Sin. B : AC = Sin. A : BC.

oder, wie Sin. C : AB = Sin. A : BC.

Wir

Wir wollen das erste nehmen:

Wie Sin. B : A C = Sin. A : BC
78°, 35′ : 458 = 64°. : X = 431.
Log. 9.9913207 : 2.6608655 = 9.9548834
2.6608655

1.2625 7489.
9.9913207.

Log. BC = 2.6344282 = 431.

Wäre euch gegeben, die Winkel C und B, und die Seite A B; so suchet nur erst den dritten Winkel A, nach (§. 276. geom.) alsdann schliesset:

Wie Sin. C : A B = Sin. B : A C.

Suchet und setzet die Logarithmos dieser Zahlen, wie vorhin an; addiret die beyden lezten Glieder, und subtrahiret von der Summe den Logar. des ersten Gliedes: so findet ihr den Logarithmum von A C.

2. Aufgabe. Es werden gegeben 2 Seiten AB und A C, und 1 Winkel C. Man soll die übrige Winkel B und A, auch die Seiten B C, finden. §. 162. Tab. II. fig. 2.

Auflö-

Auflösung. Schliesset:

Wie AB	:	Sin. C	=	AC	:	Sin. B.
282	:	37°, 5′	=	458	:	x = 78°, 14′.
oder wie AB	:	AC	=	Sin. C	:	Sin. B,

Log. 2.4502419 : 9.7803000 = 2.6608655
9.7803000

1.24411655
2.4502419.

Log. Sin. B = 9.9909236 = 78°, 14′

Nun könt ihr den Winkel A nach (§. 226. geom.) finden, und schliessen:

Wie Sin. B : AC = Sin. A : BC. (§. 47.)

§. 163. fig. 4. 3. **Aufgabe.** Es werden gegeben 2 Seiten AB und AC, und der Winckel A. welchen diese Seiten einschliessen; die übrigen Winkel C und B zu finden.

Auflösung. Schliesset, wie die Summe der beyden Seiten zu ihrer Differenz; so verhält sich der Tangens der halben Summe der Winkel B + C zum Tangens der halben Differenz. (§. 90.)

Wann ihr nun die gefundene halbe Differenz, zur halben Summe der beyden Winckel addiret; so bekomt ihr den grossen Winkel B. Wann ihr aber von der halben Summe die halbe Differenz subtrahiret; so bekomt ihr den andern kleinen Winkel C. (§. 90.)

Der

Der Satz stehet also:

$A + B + C = 180^\circ$
$A = 64^\circ, 20'$

---

also $B + C = 115^\circ, 40'$
also $\frac{B + C}{2} = 57^\circ, 50'$. Schliesset nun:

$AB + AC : AC - AB = \text{tang.} \frac{B+C}{2} : \text{tang.} \frac{B-C}{2}$.
283 + 457. 457 − 283.
Summe. Differenz.
740. 174. = 57°, 50'.
Log. 2.8692317. 2.2405491. 10.2014036.
2.2405491.

1.24419527.
2.8692317.

Log. tang. $\frac{B-C}{2}$ = 9.5727210. =
20°, 30' der halben Differ.
57, 50' der halben Sume.

78°, 20'. = B. dem grösten Winkel.
57°, 50' die halbe Sume.
20°, 30, die halbe Differ.

37°, 20' = C. dem kleinern Winkel.

Daß hier C nicht 37°, 5' wie oben, sondern 15 drüber, komt daher; weil hier die Differenz der Seiten 174, angenommen worden, welche oben 176 war.

4. Auf-

§. 164. Tab. II. fig. 4. 4. **Aufgabe.** Es werden gegeben die zwo Seiten AB und AC, und der stumpfe Winkel B. Man soll finden, die Seite BC und die Winkel A und C.

Auflösung. Ziehet den Winkel ABC = 120°, von 180° ab; so bleibet sein daneben gesetzter spitziger Winkel ABD = 60°, übrig. (§. 237. geom.)

Weil nun dieser spitzige Winkel ABD mit dem stumpfen ABC, einerley Sinum hat; (§. 59.) so schliesset also:

Wie AC : Sin. Y = AB : Sin. C.
30′ : 60° = 10′ X = 21°, 19′.
Log. = 1.4771212 : 9.9375306 = 1.0000000
9.9375306.

1.10375306.
1.4771212

Log. ACB = 9.5604094 = 21°, 19′.

Schliesset ferner:

Wie Sin. Y : AC = Sin. C : AB.
60° : 30 = 21°, 19′.
Log. 9.9375316 : 1.4771212 = 9.5604094 : X = 12′
1.4771212

1.10375306
9.9375316.

Log. AB = 1.0999990 = 12′.

Weil

Weil ihr nun die Winkel C und X habt; so könnet ihr den Winkel A leicht finden:

Denn ABC = X = 120°
und C = 21°, 19′

141°, 19′.
179°, 70′.

Also ist BAC = 38°, 41′.

Schliesset:

wie Sin. C	:	AB	=	Sin. A	:	BC.
Log. 9.5605310	:	1.0000000	=	9.7958909	:	X.
				1.0000000		
				1.07958909.		
				9.5605310		

Logar. BC = 1.2353609. = 18′.

5. **Aufgabe.** Es werden gegeben alle drey Seiten AB, AC, BC. Man soll die Winkel finden. §. 165. Tab. II. fig. 4.

Aufl. Ziehet aus B, mit der kleinsten Seite AB, den Zirkel DAEF; so ist AB = DB u. CD = der Sum̃e der beyden Seiten. (§. 142. geom.)

Daher schliesset: wie AC : AB + BC = EC : FC.
30′ : 12′ + 22′
34 = 10′ : X.

Log. AC = 1.4771212 : 1.5440689 = 1.0000000.
1.0000000

2.5440689.
1.4771212

Log. FC = 1.0669477. = 12′.

Wenn ihr nun von A C = 30′
abziehet F C = 12′

so bleibet übrig A F = 18′.

Lasset ihr aus B, den Perpendicul B G auf A F fallen; so ist G F = A G = 9′: denn A F war 18′.

Schliesset nun also:

Wie A B : Sin. G = A G : Sin. B.
Log. 1.0791812 : 10.0000000 = 0.9572425 : 49°, 3′.
10.0000000

1.09572425
1.0791812

Log. Sin. B = 9.8780613 = 49°, 3′.
Der Winkel A B G = 49°, 3′.
A G B = 90°

beyde also = 139°, 3′.
so muß B A G seyn = 40°, 30′.

(§. 276. geom.) Schliesset nun weiter:
wie B C : Sin. A = A B : Sin. C.
22′ : 40°, 30′ = 12′ : X.

Wenn ihr nun den Winkel B A C, und A C B habt; so könnet ihr den dritten, so A B C macht, leicht finden, nach (§. 276. geom.)

§. 166. 6. **Aufgabe.** Einen Logarithmum eines Winkels, z. E. 9.8750613 = 48 , 35′, welchen man in den Tabellen nicht genau antrift, noch genauer zu finden.

Auf-

Aufl. Ziehet von eurem Log. = 9.8750613
den Logarithmum, der euch
der nächste kleinste ist, ab = 9.8750142.

471.

Ziehet euren Logar. aber auch 9.8750613.
von dem nächstfolgenden
grössern ab = 9.8751256.

643.

Wollet ihr ihn auf Secunden finden; so nehmet 60 Secunden, welche 1 Minute ausmachen, und schliesset:

Wie die grosse Differenz = 643 : 60 Secunden;
so die kleine Dif. 471 : 43 bis 44 Secunden.

```
       60
    -----
    28260 : 43, oder beynahe 44
      643          Secunden.
     2572
    -----
     2540.
      643
     1829
    -----
      611.
```

Folglich hättet ihr den Winckel von 48°, 35', 44 Secunden genau genug gefunden.

7. Aufgabe. Einen Logarithmum eines numeri vulgaris, 1, 2, 3 2c. der nicht accurat §. 167.

in den tabulis stehet, noch accurater zu finden. Z. E. Der gefundene Logarithmus wäre = 2.4498448, dieser ist nicht völlig gleich dem Logarithmo von der Zahl 282, als welcher ist = 2.4502491.

Auflösung. Ziehet von eurem gefundenen

Logarithmo	= 2.4498448
ab, den nächstvorhergehenden kleinen	= 2.4487063.
	10385.

Ziehet aber auch euren gefundenen Loga-

rithmum	= 2.4498448.
ab, von dem nächstfolgenden grössern	= 2.4517864
	19416.

Wo ihr euren Logarithmum um 100 Theile accurater machen wollet; so schliesset:

Wie 19416 : 100 = 10385 : X = 53; diese gefundene Zahl addiret zu eurer Zahl des Logarithmi = $282\frac{53}{100}$; so habt ihr nunmehro 28253 Linien, welches genau genug ist.

Zwey-

Zweyter Theil.

TRIGONOMETRIA PLANA ADPLICATA.

Dieser Theil begreift lauter Aufgaben, und zwar solche, darinnen die Anwendung und der Nutzen, von der obgedachten Ausrechnung der Triangel, auf das deutlichste wahrzunehmen ist.

Erster Abschnitt.

A.) Von den Aufgaben, die Länge und Weite der Oerter zu messen.

1. Aufgabe. Die Weite zweyer Oerter, vom Baum E, bis zum Hause D, zu messen, zu deren beyden man zwar aus einem Stand-Punkt B, aber wegen des Thurms, nicht in gerader Linie kommen kan. §. 168. Tab. III. fig. 1.

Auflösung. Es sey E B = 320 und D B = 426: der Winkel E B D = 56°, 30′. Ziehet diesen Winkel von 180° ab; so bleibt für die Summe der beyden Winkel, bey E und D = 123°, 30′: folglich ist die halbe Summe 61°, 45′. Wendet die Aufgabe (§. 163.) hier an.

Schliesset demnach also:

Wie BE + BD : BD — BE = tang. $\frac{E+D}{2}$: tang. $\frac{E-D}{2}$

320 + 426 426 — 320

756 : 116 = 61°, 45′ : 15°, 55′.

Log. 2.8785218 : 2.0644580 = 10.2697675.

10.2697675

1.23342255

2.8785218

9.4557037 = 15°, 55′ = E — D

61, 45′ addirt;

so komt 77°, 40′ = BED,

als der grössere Winkel heraus.

Schliesset dahero weiter:

Wie Sin. E : DB = Sin. B : ED.

77°, 40′ : 426, = 56°, 30′ : 367.

Log. 9.9898597 : 2.6294096 = 9.9211066.

2.6294096

1.25505162

9.9898597

2.5666565 = 367

Zoll = EB.

§. 169. fig. 2. **2. Aufgabe.** Die Weite zweyer Oerter zu messen, zu deren einen man nur kommen kan. Z. E. Man soll finden, wie weit das Schif M, vom Leucht-Thurm F entfernet sey.

Auflösung. Wendet die erste Aufgabe an. Nehmet zu den beyden Punkten F und M, den

den dritten bey C an; so könnet ihr die Linie FC, und die beyden Winkel MFC und FCM messen, folglich auch FMC daraus finden.

Z. E. MFC = 85°
FCM = 68°

also beyde = 153°,
diese abgezogen von = 180°,

giebt = 27°, für FMC.

Wenn nun FC = 248°; so schliesset:

Wie Sin. M : FC = Sin. C : FM.

Log. 9.6570408 : 2.3944517 = 9.9671659 : X = 507
2.3944517. Ruthen

1.23616176
9.6570408

2.7045768 = 507°,
= FM.

3. Aufgabe. Die Weite des Monds von unserer Erde zu finden; wenn uns seine Höhe ef, und dessen Parallaxis aeb gegeben wird. §. 170. fig. 3.

Auflösung. Weil mir die Höhe desselben gegeben wird; so weiß ich auch dessen Entfernung vom Zenith, nemlich den Winkel ebd = 76°. Weil nun der angulus parallacticus aeb, bekant, und der halbe Durchmesser der Erde = 1; ich aber

auch anstatt des Sinus des Winkels a b e, den Sinum des Winkels e b d nehmen kan (§. 8. trig.); so kan ich aus diesen Stücken sehr leicht die Weite des Monds von der Erde finden; indem ich schliesse:

Wie Log. Sin. a e b : a b = Log. Sin. e b a : a e.
54′ : 1 = 76° 37′ : x.
8.1961020 : 0.0000000 = 9.9880429
0.0000000
1.7919429 = 61°,
94′
100, oder 62 halbe Erdmesser.

Nun ist der radius der Erde = 860 Meilen; also die Entfernung des Mondes = 53320 Meilen.

§. 171. fig. 5. **4. Aufgabe.** Die Weite der Sonne aus der Weite des Monds zu berechnen.

Auflösung. Zu der Zeit, Stunde und Minute, wann der Mond das erste, oder lezte Viertel ausmachet; messet ihr den Winkel s a c. Wendelin hat ihn gefunden 89°, 45′. Weil nun zu dieser Zeit, der Winkel a s c, ein rechter Winkel ist; so könnet ihr jezt schliessen:

Wie Sin. C : a s = Sin. s : a c.
15′ : 62 = 90° : x.
Log. 7.6398260 : 1.7923917 = 10.0000000
1.7923917
1.17923917
7.6398260.
4.1525657 = ac = 14209 halbe Durchmesser der Erde.

Weil

Weil nun diese Zahl 4.1525657 zu groß ist, und nicht in den tabulis sinuum stehet; so suchet sie nach (§. 153.); ihr werdet finden, daß sie der Logarithmus sey von 14209; also wäre die Sonne von der Erde entfernet 14209 halbe Durchmesser der Erde. Dieses beträget 12219740 Meilen.

§. 172. fig. 5.

5. Aufgabe. Man solte zu Venedig auf dem St. Marcusplatz, die Länge von N bis O messen, und wolte, oder könte wegen des Gebäudes nicht in gerader Linie bis O kommen.

Auflösung. Gehet von N bis P, und zählet nach belieben; z. E. 50 Schritt oder 100 Fuß. Visiret von P nach O, und messet den Winkel N P O, z. E. er sey 80°.

Weil nun der Winkel N = 90° ist; so ist der Winkel bey O = 10°. Nun schliesset:

Wie Sin. O : NP = Sin. P : NO
10° : 50, = 80° : x
Log. 9.2396702 : 1.6989700 = 9.9933515 : 2.4526513 = 282 Schritt, oder 564 Fuß.

173. fig. 6.

6. Aufgabe. Man solte die Länge einer Allee messen, könte aber wegen eines Flusses, oder einer andern Hinderniß, nicht bis zu Ende kommen.

Auflösung. Gesetzt, ihr köntet oder woltet von V bis T, keine solche Linie ziehen, welche mit V X einen rechten Winkel macht;

so messet den Winkel bey V; z. E. er sey $= 80^\circ$. Messet auch den Winkel bey T, z. E. er sey gleichfals $= 80^\circ$; folglich ist der Winkel bey X $= 20^\circ$. Wenn ihr nun die Seite V T gemessen, z. E. sie sey $= 30$ Ruthen; so schliesset:

Wie Sin. X	: TV	= Sin. T	: VX	
20°	: 50°	= 80°	: 144 Ruth.	
Log. 9.5340517	: 1.6989700	= 9.9933515		
		1.6989700		
		1.1692321 5		
		9.5340517		
		2.1582698	= 144 Ruthen.	

§. 174. fig. 7. 7. **Aufgabe.** Die Weite zweyer Oerter zu messen, zu deren keinen man kommen kan. Z. E. Man soll finden, wie weit von dem Castell K bis zu den Ravelin G sey.

Auflösung. Nehmet in A und B noch zwey Punkte an; so könnet ihr den △ ACK und CBG formiren.

Zu diesen beyden △△ könnet ihr zwey Winkel und eine Seite messen, folglich die beyden Seiten CK und CG finden, nach (§. 161.)

Es sey der Winkel KAC $= 80^\circ$; der Winkel KCA $= 72^\circ$: folglich ist der Winkel AKC $= 28^\circ$; die Seite AC sey $= 42^\circ$.

Schlies-

Schliesset:

Wie Sin. K	:	AC	=	Sin. A	:	KC
28°	:	42°	=	80°	:	88°.
Log. 9.6716093	:	1.6232493	=	9.9933515		
				1.6232493		
				1.16166008		
				9.6717093		
				1.9449915	=	88° = KC.

Messet ferner den Winkel GCB = 78°, und CBG = 75°; so ist der Winkel CGB 27°. Wenn nun die Seite CB 40°; so schliesset:

Wie Sin. G	:	CB	=	Sin. B	:	CG
27°	:	40°	=	75°	:	85°.
Log. 9.6570408	:	1.6020600	=	9.9849438		
				1.6020600		
				1.15870038		
				9.6570408		
				1.9299630	=	85° = CG.

Da ihr nun die Seite KC = 88°, die Seite GC = 85°, und den Winkel KCG = 33° habt; so wendet die obige Aufgabe (§. 163.) wieder hier an; addiret die beyden Seiten 85° + 88° = 173°, subtrahiret sie, 88° — 85° = 3°. Ziehet den Winkel KCG von 180° ab; so

habe

habt ihr die Summe der Winkel C K G und C G K = 147°. Die Hälfte ist = 73°, 30′. Schliesset:

Wie $KC + GC : KC - GC = \text{tang.}\,\frac{K+G}{2} : \text{t.}\,\frac{K-G}{2}$

$\underbrace{88 + 85}_{173} : \underbrace{88 - 85}_{3} = \underbrace{147}_{73^\circ,\,30'}$.

Log = 1.8633229 : 0.4771212 = 10.5283952
0.4771212

1.10055164
1.8633229

9.1421945 =
7°, 54′.
73′, 30.

81°, 24′.

Also ist der grössere Winkel K G C = 81°, 24′. Schliesset demnach:

Wie Sin. G : K C = Sin. C : K G
81°, 24′. : 88° = 33° : 49°.

Log. = 9.9950893 : 1.9444827 = 9.7361088
1.9444827

1.16805915
9.9950893

1.6855022 =
48° = K G.

B.) Die

B.) Die Höhen und Tiefen zu messen.

§.

8. Aufgabe. Man soll L H, die Höhe eines Berges messen, zu dessen Fuß I und Gipfel L man kommen kan. 175. fig. 8.

Auflösung. Messet den Winkel L I H = 42°, und die Seite I L = 164°; denn weil L H, eine Perpendicularlinie; so ist H = 90°. Schliesset also:

Wie Sin. tot. H : L I = Sin. I : LH
90° : 164° = 42° : 110°.

Log. 10.0000000 : 2.2148438 = 9.8255109
2.2148438
―――――
1.20403547.
10.0000000
―――――
2.0403547. =
110° = LH.

9. Aufgabe. Man soll die Weite ML, der beyden Berge messen, und nur LI = 164°, und die beyden Winkel MLI = 40°, und LIM = 104°, dazu haben. 176. fig. 9.

Aufl. Weil euch bekant LIM = 104°.
und MLI = 40°.
―――――
144°
180
―――――
so könt ihr finden IML = 36°.

Schlies-

Schliesset:

Wie Sin. M : IL = Sin. I : ML
36° : 164° = 104° : 271°.
Log. = 9.7692187 : 2.2148438 = 9.9869041
2.2148438
———
1.22017479
9.7692187
———
2.3325292 =
271° = ML.

§. 177. fig. 10. 10. **Aufgabe.** Man soll die Tiefe WI des Thals messen, welches die beyden Berge machen.

Auflösung. Weil IL = 164°, und ILW = 42°, als bekant angenommen wird, IWL aber ein rechter Winkel ist; (§.000. geom.) so schliesset:

Wie Sin. tot. M : LI = Sin. L. : WI.
90° : 164° = 42° : x
Log. 10.0000000 : 2.2148538 = 9.8255109
2.2148438
———
1.20403547
10.0000000
———
2.0403547 =
110° = WI = LH.

178. fig. 11. 11. **Aufgabe.** Man soll die Höhe des Marcus-Thurms sh, auf den Marcus-Platz zu Venedig, messen, da man zu dem Fuß s kommen kann.

Auf-

Auflösung. Weil ihr zu den Fuß des Thurms kommen könnet; so messet die Linie s p, und zugleich den Winkel s p h; so könnet ihr den Winkel s h p auch finden, indem der Winkel bey s = 90° ist. §.

Schliesset:

Wie Sin. h	:	s p	=	Sin. p	:	s h
36°	:	250	=	47°, 59′.		
Log. 9.7692187	:	2.3979400	=	9.8709658		
				2.3979400		
				12.2689058		
				9.7692187		
				2.4996871	=	316
					=	s h.

12. Aufgabe. Man soll die Höhe der grossen Säule auf dem Marcus-Platz, worauf oben der Ritter St. Georg stehet, ausmessen, und wegen des Flusses nicht zum Fuß desselben kommen können. 179. fig. 12.

Auflösung. Nehmet die beyden Punkte S und T zu Standpunkte an; so habt ihr den △STZ: darinnen könnet ihr messen die beyden Winkel, als ZST = 117°, und STZ = 48°; imgleichen die Seite ST = 164. Weil ihr nun zwey Winkel vom △ZST habt; so könt ihr auch den dritten SZT = 15° finden.

Schlies-

Schliesset:

Wie Sin. Z	: ST	=	Sin. T	: SZ
15°	: 164	=	48°	: 470.
Log. 9.9129962	: 2.2148438	=	9.8710735	
			2.2148438	
			1.20859273	
			9.4129962	
			2.6729311 = 470	
			= ZS.	

Wenn ihr ferner den Winkel ZST = 117° von 180° abziehet; so habt ihr den Winkel RSZ = 63°. Schliesset:

Wie Sin. tot. R	: ZS	=	Sin. S	: ZR
90°	: 470	=	63°	: 416.
Log. 10.0000000	: 2.6729311	=	9.9498809	
			2.6729311.	
			1.26228120	
			10.0000000	
			2.6228120. =	
			4196′ = ZR.	

§. 180. fig. 13. 13. **Aufgabe.** Man soll die Höhe ZY, der Statue des Ritter St. Georgs, auf dieser Säule messen.

Auflösung. Weil euch der Winkel RSZ = 63°, und ZRS = 90° bekant; so wisset ihr auch den Winkel RZS = 50°.

Schlies-

Schliesset:

	Wie Sin. S	:	RZ	=	Sin. Z	: RS.
	63°	:	416′	=	27°	
Log. =	9.9498809	:	2.6190933	=	9.6570468	

9.6570468
9.6190933
―――――――――
1.22761401
9.9498809
―――――――――
2.3262592 =
212′ = RS.

Weil ihr nun den Winkel RSY messen kønt; so ist euch auch RYS nicht unbekant; z. E. RSY = 47°, 59′: folglich ist RYS = 42°, 1′.

Schliesset also:

	Wie Sin. Y	:	RS	=	Sin. S	: YR.
	42°, 1′.	:	212′	=	47°, 59′.	
Log. =	9.8256512	:	2.3262592	=	9.8709597	

9.8709597
2.3262592
―――――――――
1.21972189
9.8256512
―――――――――
2.3715677 =
235′ = YR.

Wenn ihr nun von RZ = 416
abziehet RY = 235
―――――――――
so bleibet übrig ZY = 181′.

Zweyter Abschnitt.

Noch einige Aufgaben anderer Art.

A.) Vom geradlinichten Transporteur.

§. 181. Tab. IV. fig. 1. I. **Aufgabe.** Einen geradlinichten Transporteur zu verfertigen.

Auflösung. Verfertiget erst ein Täflein, zur Auftragung der Linien, folgendergestalt:

Nehmet aus den tabulis sinuum, die Sinus von 2°, 30′; von 5°; von 7°, 30′; von 10°, von 12°, 30′. Kurz, die Sinus, welche in progressione arithmetica fortgehen, und deren Differenz ist $2\frac{1}{2}$. Multipliciret diese Zahlen 2°, 30′; 5°; 7°, 30′ ꝛc. mit 2; so bekomt ihr 5, 10, 15, 20, 25 ꝛc.

Machet nun euer Täflein also, daß ihr in der ersten Reihe die Zahl 5 von 5 zu 5, bis 90. in der andern die Sinus, als die halben Sehnen der Bogen, in der dritten Reihe die ganzen Sehnen setzet. Weil aber die Sinus sehr grosse Zahlen sind; so nehmet nur die 3 oder 4 ersten Zahlen davon. Z. E. der Sinus des Winkels 2°, 30′ ist die Zahl 4361.94, da nehmet nur 436, und lasset die 194 weg; theils, weil sich solche grosse Zahlen auf dem verjüngten Maaßstab nicht befin=

befinden; theils, weil ihr doch nur um tausen, um zehntausend, um hundet tausend Theilchen fehlet, wo ihr 194 weglasset. Wann ihr nun 436 dupliret; so bekomt ihr für die dritte Reihe 872; da könnet ihr wieder die dritte Zahl 2 weglassen.

Das Täflein würde also aussehen:

Gr.	halbe Sehnen.	ganze Sehnen.
5.	— 43.6 —	— 87.
10.	— 87.1 —	— 174.
15.	— 130.5 —	— 261.
20.	— 173.6 —	— 347.
25.	— 216 4 —	— 433.
30.	— 258.8 —	— 517.
35.	— 300.7 —	— 601.
40.	— 342.0 —	— 684.
45.	— 382.6 —	— 765.
50.	— 422.6 —	— 845.
55.	— 461.7 —	— 923.
60.	— 500.0 —	— 1000.
65.	— 537.2 —	— 1074.
70.	— 573.5 —	— 1147.
75.	— 608.7 —	— 1217.
80.	— 642.7 —	— 1285.
85.	— 657.5 —	— 1351.
90.	— 707.1 —	— 1414.

Ferner ziehet eine gerade Linie A D, und setzet darauf die Perpendicularlinie A B, welche ihr nach belieben in 5, 10, 15, 20 Theile

theilen könnet; hier ist sie in 5 Theile getheilet worden.

Machet aus AD und AB das oblongum ABCD, und ziehet mit AD die Linien a h, b g, c f, d e, parallel.

Traget nach voriger Tabelle aus A, auf die Linie A D, die Zahlen von 5°, 15°, 25°, 35° ꝛc. auf, doch so, daß ihr allemal in A einsetzet; uud von A bis 5°, bis 15°, und von A bis 25°, u. s. w. fortgehet.

Setzet aber auch auf der obern Linie BC, aus B die Zahlen, in euren Täflein, von 10°, 20°, 30°, 40°, 50°, 60° ꝛc. auch so, daß ihr in B einsetzet, und die Weite B 10°, B 20°, B 30° ꝛc. bestimmet.

Wären euch die Zahlen der grössern Winkel, z. E. von 50° = 422.6 zu groß; so nehmet für 422, 423 an; so komt die 6 noch genauer hinein.

Ziehet nun die schiefen Linien B 5; 10, 15; 20, 25; 30, 35 ꝛc. ingleichen 5, 10; 15, 20; 25, 30; 35, 40 ꝛc.

Auf solche Art hättet ihr von A bis 5 die halbe Sehne, folglich den Sinum des Winkels von 5°; a 4, ist der Sinus von 4°; b 3, von 3°; c 2, von 2°; d 1, von 1°. A 15, ist der Sinus von 15°; B 30, ist der Sinus von 30° ꝛc.

Schreibet alsdenn die Zahlen 7, 9, 11, 13, 17, 19 ꝛc. an dem Ort hin, wo sie die Zahl der

Grade

Grade erfordern; so habt ihr euren geradlinichten Transporteur verfertiget.

15. **Aufgabe.** Mit dem geradlinichten Transporteur die Winkel zu messen. Z. E. Ihr soltet den Winkel B A C messen, wie viele Grade er hält? §. 182. Tab. II. fig. 9.

Auflösung. Setzet auf dem geradlinichten Transporteur, die eine Spitze eures Zirkels in B ein, eröfnet den Zirkel aus B, bis 60; (wo die Seiten des Winkels nicht groß sind, so nehmet nur von B bis 30: oder wol gar von B bis 15, das Vierteil von 60.)

Setzet jezt in die Spitze des Winkels A, den Zirkel, und ziehet mit der Eröfnung B 60, oder B 30, oder B 15, den Bogen d e; oder bezeichnet nur auf A B und A C, die beyden Punkte d und e.

Messet die Weite d e, mit dem Zirkel, und sehet auf dem Transporteur nach, wo, wann ihr die eine Spitze in A oder B einsetzet, die andere Spitze hintreffen wird; z. E. von A bis 45. also ist e f der Sinus des Winkels von 45 Graden. Gesetzt, er träfe nicht accurat in 45, sondern zwischen 35 und 45; so gehet von A bis B so lange hinauf, bis ihr in a, oder b, oder c. oder d einsetzen könt, und die andere Spitze des Zirkels in einem Durchschnitspunkt, von 45 bis 40 trift; so könnet ihr die Grade daselbst zählen.

§. 183. Tab. II. fig. 9. **16. Aufgabe.** Durch Hülfe des geradlinichten Transporteurs, einen Winckel aufzutragen. Z. E. Man soll einen Winkel von 62° auftragen.

Auflösung. Ziehet die Linie a b, von beliebiger Weite. Fasset mit dem Zirkel die Weite auf dem Transporteur B 60, und ziehet mit dieser Weite aus a den Bogen e f. Fasset mit dem Zirkel auf dem Transporteur die Weite A 62, und traget diese aus e in k, auf den Bogen f e. Ziehet von a bis k; so so ist k a e, der Winkel von 62 Graden.

B.) Von der Beschreibung des Vieleckes in einem Zirkel.

184. Tab. II. fig. 7. **17. Aufgabe.** Ein jegliches Vieleck, in einem Zirkel zu beschreiben.

Auflösung. Nehmet an, der radius oder sinus totus habe 10000 Theile; suchet in den tabulis sinuum den Sinum zu dem Centerwinkel eines begehrten Vieleckes. Z. E. bey einem Fünfeck ist es der Winkel von 72°, bey einem Sechseck von 60°, bey einem Siebeneck der Winckel von 51°, 30′ ꝛc. (§. 506. geom.) Weil der Sinus die halbe Sehne ist (§. 506); so dupliret den gefundenen Sinum. Nehmet den radium des Zirkels, worin das Vieleck beschrieben werden soll in Ruthen, Schuhen, Zollen an, und machet die Regel de tri; so findet ihr die Seite des verlangten

langten Vieleckes. Z. E. ihr wolt ein Fünfeck haben, darin ist der Winkel 72°, dessen Sinus ist 11755; der radius des Zirkels, worin dieses Fünfeck beschrieben werden solte, hielte 25°. Schliesset also:

Wie 10000 : 11755 = 2540‴ : 2987‴.

```
          2540
      ---------
       470200
      58775
     23510
     ---------
     2985 | 7700 | 2985‴, dis ist
                  die Seite des Fünfeckes.
```

Damit ihr aber nicht nöthig habt, immer zu rechnen; so nehmet folgendes Täflein, darin die Vielecken von 5 bis 12, ausgerechnet sind, auf den radium, oder sinum totum von 10000 Theilen.

Eck.	
III.	17320.
IV.	14142.
V.	11755.
VI.	10000.
VII.	8677.
VIII.	7653.
IX.	6840.
X.	6180.
XI.	5634.
XII.	5176.

C.) Vom Zirkeltheiler.

§. 185. Tab. IV. fig. 2. **18. Aufgabe.** Einen Zirkeltheiler zu machen, d. i. eine Figur daraus ihr, auf jede Zirkel, alle Vielecke finden könnet.

Auflösung. Verfertiget einen rechtwinklich-Triangel a b c, und machet a c = 10000 Theile.

Traget von a bis b, die Theile des Dreyeckes 1732.0
von a bis IV, die Theile des Viereckes 1414.2
von a bis V, die Theile des Fünfeckes 1175.5
von a bis VI, die Theile des Sechseckes 10000.
von a bis VII, die Theile des Siebeneckes, und so fort.

Gesetzt, ihr hättet einen Zirkel, darin ihr ein Siebeneck beschreiben woltet; so nehmet den radium eures Zirkels, darin das Siebeneck soll, und traget ihn von c bis n.

Messet von n bis o quer über; so ist n o die Seite des Siebeneckes, welches sich siebenmal in der Peripherie herum tragen lässet.

D.) Von dem Verhältnisse der Peripherie zum Diameter.

186. Tab. II. fig. 6. **19. Aufgabe.** Das Verhältniß des Durchmessers zu seiner Peripherie zu finden.

Auflösung. Suchet in den tabulis sinuum, den Sinum und Tangentem von 1 Minute; so werdet ihr finden, beyde halten 29.09 Theile

Theile vom radio. Da nun der Sinus e b, etwas kleiner als der Bogen a b, der Tangens a i aber etwas grösser als der Bogen a b ist; so muß der Bogen a b nothwendig auch 2909 solcher Theile haben.

Weil nun 1 Grad 60 Minuten, der ganze Zirkel aber 360 Grad hat; so multiplicitet 360 erstlich mit 60, alsdenn das Factum mit 2909; so komt 62834400 heraus, für die ganze Peripherie. Weil nun der sinus totus 10000000 hat; so muß der Diameter haben 20000000.

Woferne ihr nun die Zahl der Peripherie mit 2 dividiret; so komt heraus 31416700. dividiret auch die Zahl des Diameters mit 2; so habt ihr 10000000. Schneidet hinten von beyden 5 Zahlen ab; so bleibet 314 und 100 übrig. Folglich verhält sich die Peripherie zum Diameter wie 314. 100.

E.) Noch eine Aufgabe von Berechnung eines Vieleckes.

20. Aufgabe. Es wird gegeben in der Figur ABCDE, die Seite A E, und die Winkel u x y, ingleichen m n o. Man soll finden, theils die Diagonallinien A C und A D, ingleichen E B und E C; theils die übrigen Seitenlinien AB, BC, CD, DE. 187. Tab. II. fig. 7.

Auf-

Auflösung. 1) Weil euch gegeben die Seite A E und der Winkel u, wie auch der Winkel A = m + n + o; so könnet ihr nach (§. 157.) sowohl die Diagonallinie B E, als auch die Seitenlinien A B finden.

2) Weil euch gegeben der Winkel m und der Winkel E = u + x + y; so könnet ihr wieder nach dem vorigen, die Diagonallinie A D und die Seitenlinie E D finden.

3) Weil euch bekant A E und die Winkel m n und u x; so könnet ihr wieder, wie vorhin, die Diagonalen A C und E C finden.

4) Weil euch bekant E D, num. 2. und E C, num. 3. und der Winkel y; so könnet ihr nach (§. 159.) die Seitenlinie E D finden.

5) Weil euch bekant der Winkel X, auch E C, num. 3. und E B, num. 1; so könnet ihr B C finden. Folglich habt ihr alle Diagonalen, und alle Seitenlinien gefunden.

SCHO-

SCHOLIA,
oder
Anmerkungen.

Die Trigonometrie ist nur ein Anhang von der Geometrie, alwo von Berechnung der Triangel gehandelt worden. Weil aber an diesem Theil so viel gelegen, so hat man daraus eine eigene Wissenschaft gemachet, und sich bemühet, die Winkel und Seiten eines Triangels, theils leichter zu finden; theils genauer zu bestimmen; theils im grössern Maaß auszudrücken. Denn in der Geographie und Astronomie, woselbst die Trigonometrie am meisten gebrauchet wird, reichen Ruthen und Schuhe nicht zu; man muß Meilen, halbe Erdmesser u. a. m. zum Maaß annehmen. Weil auch ein Grad von der Peripherie unsers Erdbodens, beynahe 15 Meilen austräget; so muß man die Winkel nicht nur nach Graden, sondern nach Minuten und Secunden berechnen, wo man nicht um Meilen weit fehlen will. In der Astronomie machet am Himmel ein Grad noch weit mehr aus. Daher kan man daselbst mit der gemeinen Triangel-Rechnung, nach der Geometrie, nicht mehr zu rechte kommen. §. 188.

Die

§. 189. Die Eintheilung der Trigonometrie in die puram et adplicatam, ist wilkürlich, und theils hergenommen von der mathesi pura et adplicata; theils aus den Gründen beliebet worden, um theoriam und praxin gehörig auseinander zu setzen, die Jugend auf einmal nicht mit alzuvielen zu überhäufen, und ihr eine sonst sehr steril und verdrießlich scheinende Wissenschaft, nach ihren grossen und mannigfaltigen Nutzen, besser zu zeigen.

190. Weil die (§. 1 bis 9.) beygefügten teutschen Namen, in einigen mathematischen Werken, vorkommen; so hat man sie mitgenommen, übrigens aber, überall die gewöhnliche und destomehr bekantere Terminologie beybehalten, um den Anfängern durch solche unbekante Wörter die Sache nicht schwer zu machen, indem sie doch die lateinischen terminos, Sinus, Tangens ꝛc. nothwendig darneben lernen müsten, wenn sie andere Bücher, von der Trigonometrie, wolten mit Nutzen gebrauchen. Die teutschen Namen drücken sonsten die Sachen ganz wohl aus. Als Sinus das Eckmaaß, weil Sinus ja allerdings das Maaß von dem Winkel; oder, der gegen ihn überstehenden Ecke ist. Tangens, die Streiflinie, weil diese Linie an die Peripherie nur anstreifet ꝛc.

Mit

§. Mit der weitläuftigen und mühseligen Aus- 191.
rechnung, der sinuum, tangentium und der Logarithmorum, will man die Jugend nicht aufhalten und martern. Sie sind einmal da, und man kann es dem Schottländischen Baron, Johann Neper, nicht genug verdanken, daß er uns durch die Erfindung der Logarithmorum, das mühselige multipliciren und dividiren der Sinuum und Tangentium, in ein leichtes addiren und subtrahiren verwandelt, auch auf alle Grade, von 1 Minute an, bis auf 90°, die Logarithmos sinuum et tangentium, wie auch die Numeros vulgares, 1, 2, 3, bis auf 10000 genau berechnet. Heinrich Brigg, Professor der Geometrie zu Oxfurt, und Vlacq, auch ein Engländer, haben die Logarithmos der gemeinen Zahlen, bis auf 100000 ausgerechnet. Daher thut man besser, man übet die Scholaren mehr in Aufschlagen der sinuum et tangentium, auch der numerorum vulgarium, als daß man sie mit Berechnung der Logarithmorum plaget. Was (§. 147.) stehet, ist nur beygefüget worden, die Art und Weise zu sehen, wie Logarithmi zu berechnen wären.

Unter die bekantesten und accuratesten Ta- 192.
bellen, rechnet man des Gooden, eines Holländers seine, welcher bey dem Abdruck dieser Tabellen, für jeden Fehler einen Ducaten soll gezahlet haben, um nur etwas correctes heraus

aus zu bekommen. Dieses Buch ist aber auch über die maassen theuer und sehr rar. Dafür hat man jezt des Vlacqs, des Ozanams, Strauchii, des Herrn von Wolffs tabulas sinuum, die man für die besten hält; sonderlich des Strauchii seine, welche Leonhard Christian Sturm in Amsterdam 1700 edirt hat, wobey sich schöne Tabellen über die meisten Theile der Mathematic befinden. In dem andern Theil des mathematischen Lexici, sind die tabulae sinuum et tangentium, ebenfals auch die numeri vulgares, von 1 bis 12000 zu finden, nebst vielen nützlichen andern Tabellen.

§. 193. Die ältesten Mathematici sind schon darauf gekommen, den radium in gewisse Theile zu theilen, und darnach theils die Peripherie, theils die Chordas und ihre Arcus zu bestimmen. Daher schon der Ptolemäus, der ohngefähr 147 Jahr nach Christi Geburt gelebet, in seinem Almagesto den radium in 60 Theile getheilet, und einen solchen 60Theil, einen Grad genennet. Johannes Regiomontanus hat zuerst die halben Chordas oder die Sinus berechnet, wiewol man dafür hält, daß die Saracenen, noch vor ihm, auf die Sinus gekommen, und sich derselben zur Ausrechnung der Winkel bedienet hätten. Man hat den radium aber deswegen erwählet, damit man ein beständiges gewisses Maaß bey allen Zirkeln, sie seyn groß oder klein, in der ganzen

zen Welt haben möchte: denn, in allen Zirkeln hat der Radius oder Semidiameter, folglich auch der Diameter, gleiche Verhältniß mit seiner Peripherie. Hätte man Ruthen, Schuhe und Zolle angenommen; so wäre es gegangen wie mit den andern Längenmaaß, da man geometrische, rheinische, moscowitische und französische Schuhe hat ꝛc. So aber, bleibt in der ganzen Welt einerley Bestimmung der Winkel, durch die Theile des radii. Damit man ja auf das allergenaueste die Sinus, folglich auch die Winkel berechnen könte; so wurde der Radius in 10000000 Theile getheilet, und darnach die Sinus, so wie sie in den tabulis stehen, berechnet.

Die Ausrechnung der Sinuum und Logarithmorum, hat viele Mathematicos beschäftiget. In des Ursini seiner Trigonometrie Lib. II. Cap. 5. pag. 164. stehet eine schöne Art, die Sinus auseinander herzuleiten, blos durch das addiren und subtrahiren. §. 194.

Man kan der Jugend, mit wenigen Unkosten, ein sehr brauchbares Stück zu ihren Zirkelbesteck verschaffen, welches allen Künstlern und Handwerkern, so mit Theilung der Linien und Zirkel zu thun haben, sehr nützlich ist. Man lasse von guten festen neuen Holtz, als Apfel-Birn-Buchsbaum-Ebenholtz ist, sich ein glatt 195.

gehobel-

gehobeltes Stück, in der Form, wie fig. 3. Tab.
§. IV. stehet, machen; auf die eine Seite trage man den verjüngten Maaßstab und den Linientheiler EFG für gerade Linien; auf der andern Seite kan der geradlinichte Transporteur und der Bogentheiler aufgetragen werden; so hat man vier nöthige Stücke zum beständigen und guten Gebrauch beysammen. Wird es auf eine meßingene Platte accurat gebracht, so ist es desto besser.

194. In der Trigonometria adplicata, komt das meiste darauf an, daß man die Winkel durch das Astolabium, oder einen accuraten Winkelmesser recht accurat abnimt; denn sonsten kan der Fehler, in grossen Linien, sehr important werden. Es hat der Herr Baron von Wolff in seinen element. mathes. Tom. I. Trigonometriae §. 57 etc. gezeiget: theils was für Fehler vorfallen; theils wie sie entdecket; theils wie sie verbessert werden können. Weil aber dieses für der Jugend etwas zu schwer seyn möchte; so übergehet man es hier, und schläget dafür vor, bey dem Messen, alle nur mögliche Vorsichtigkeit und Accuratesse, zu gebrauchen, um dadurch die Fehler zu vermeiden.

195. In der Trigonometria adplicata, hätte man noch viel mehrere Exempel und Aufgaben beybringen

bringen können. Weil man aber nur ein Compendium Trigonometriae und kein Systema schreiben wolte; so hat man es bey diesen 20 Aufgaben, welche für die Jugend hinreichend seyn werden, bewenden lassen.

Ein geschickter Docent wird, nach Beschaffenheit seiner Scholaren, es zu vermehren und zu ersetzen wissen, was hier fehlet. Es werden vielleicht viele bey diesen Aufgaben es nicht gut heissen, daß man die Figuren und Linien, zu sehr ineinander gezogen, und nicht jede Figur besonders gesetzet habe. Allein hierbey kan einigermassen zur Entschuldigung dienen, daß man bey diesen Aufsatze darauf gesehen, ihn nicht alzukostbar und zu theuer werden zu lassen, damit ihn Kinder in Schulen sich anschaffen können. Er würde aber merklich höher zu stehen kommen, wenn man zu jeder Aufgabe eine besondere Figur hätte setzen wollen. Die Buchstaben unterscheiden die Figuren. Der Jugend fällt es auch mehr in die Augen, worzu die Trigonometrie nützet, wann man ihnen eine kleine Landschaft vorstellet.

Bayerische Staatsbibliothek München

Folgende Fehler, beliebe man zu verbessern.

pag. 4. Linie 7. muß Ptolemaeus anstatt Ptolomaeus gelesen werden.

p. 7. n. 4) Trigonometria für Trigometria.

p. 21. L. 8. ist bey dem Worte Sinus ein n für das u zu setzen.

p. 32. §. 105. muß es heissen: fig. 10.

p. 39. gleich oben, wird für stumpfwinklichter Triangel, stumpfwinklichte, gelesen.

p. 46. §. 143. ganz unten, ist die letzte Sylbe, des Worts Wurzel, zu ersetzen.

p. 80. zu Ende des 179 §. muß anstatt der Zahl 4196'. 416. gesetzet werden.

p. 96. §. 194. L. 3. ließ Astrolabium anstatt Astolabium.

Tab. I.

Fig. 2.

Fig. 3.

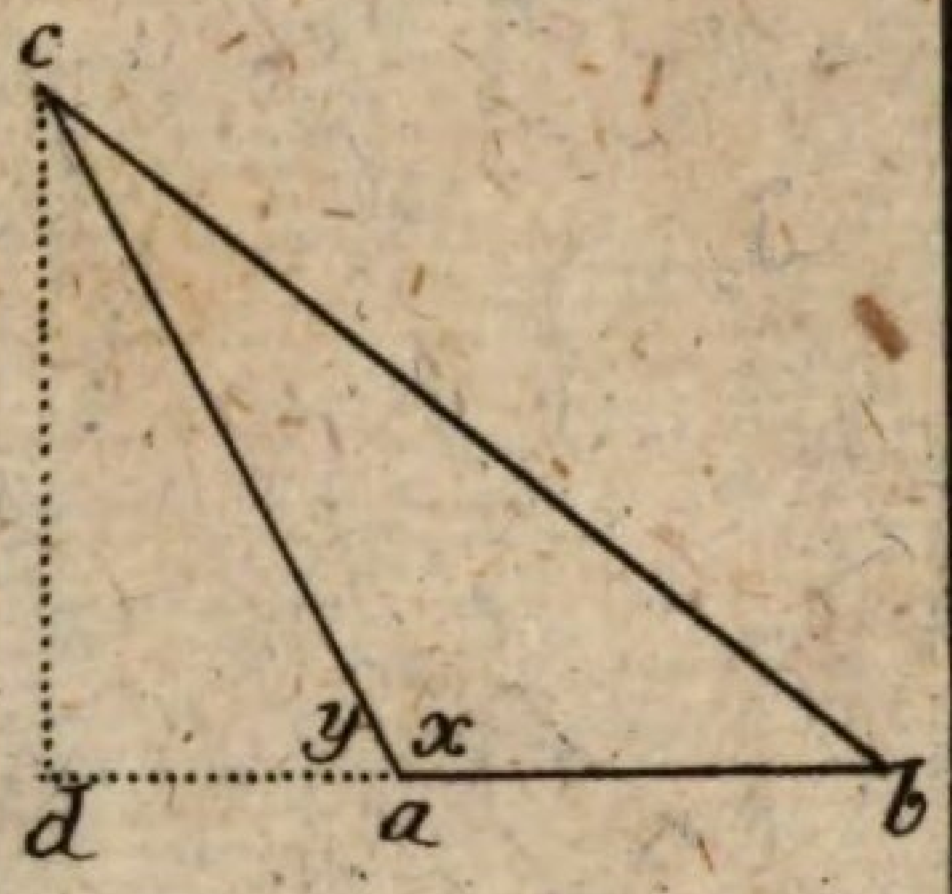


Fig. 5.

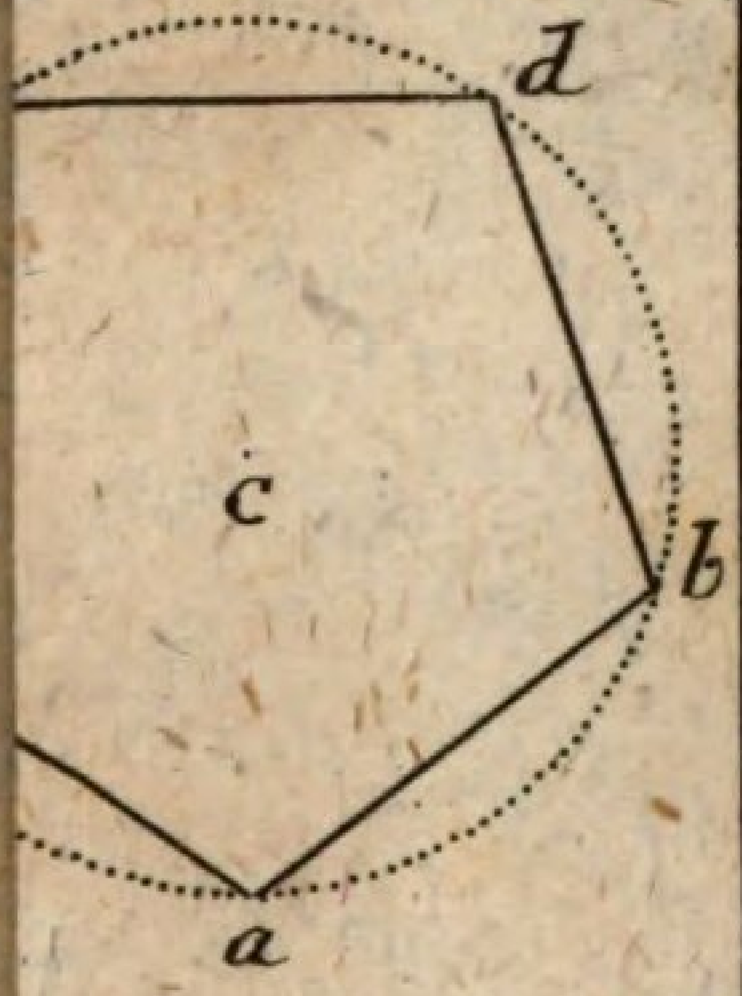


Fig. 6.

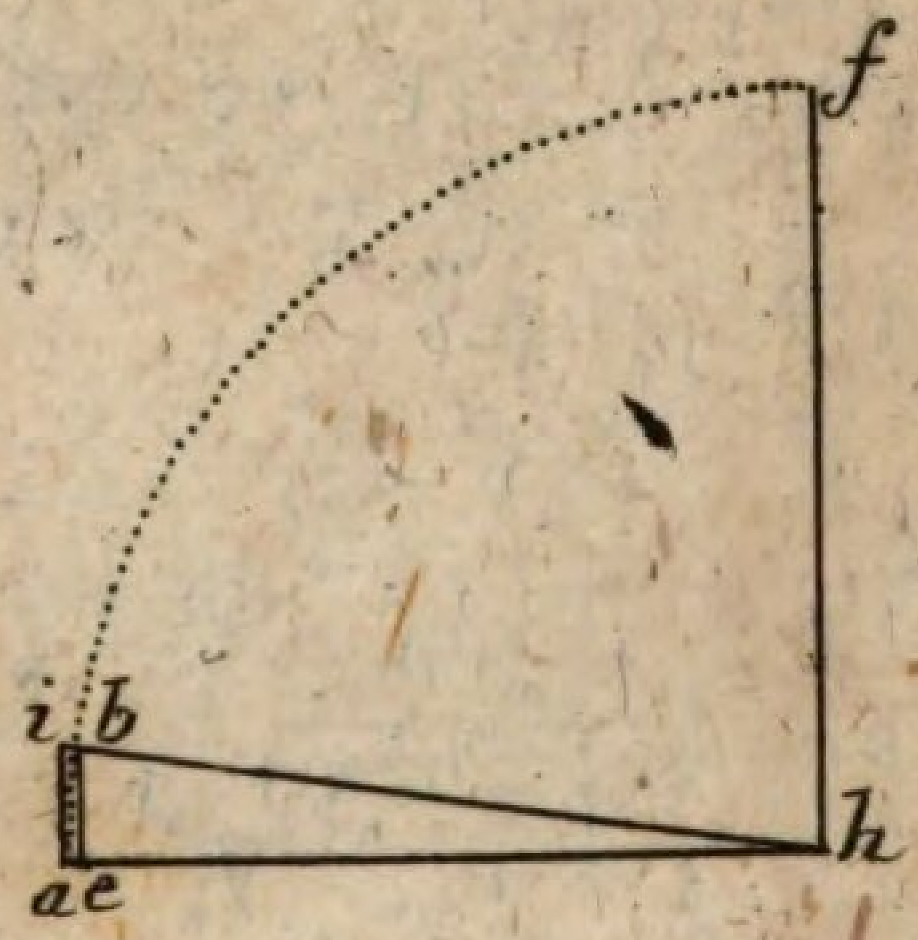


Fig. 8

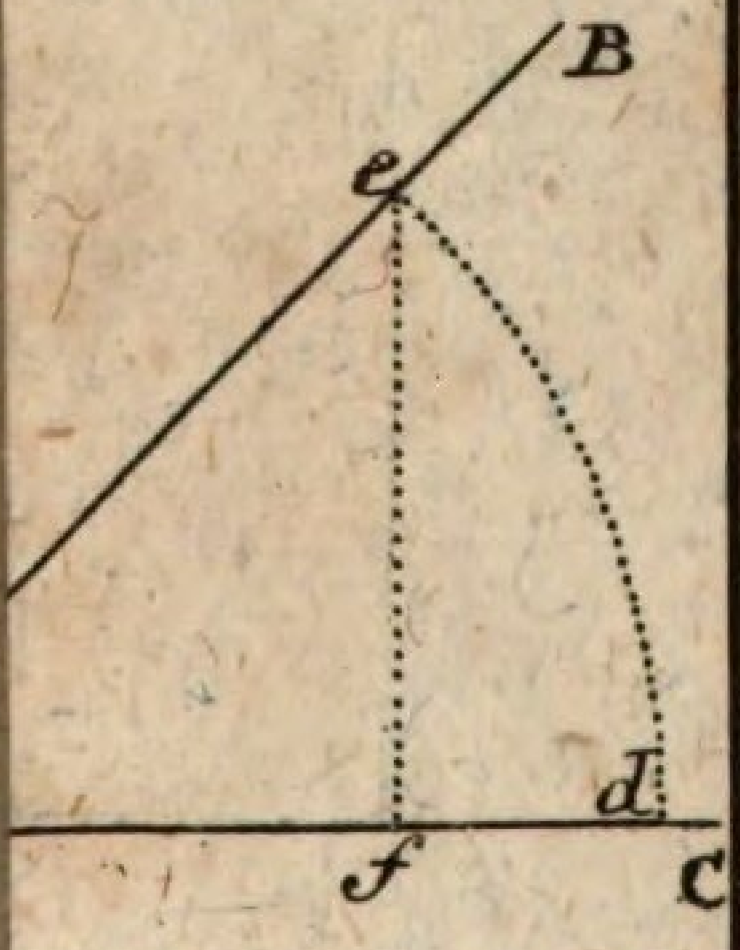
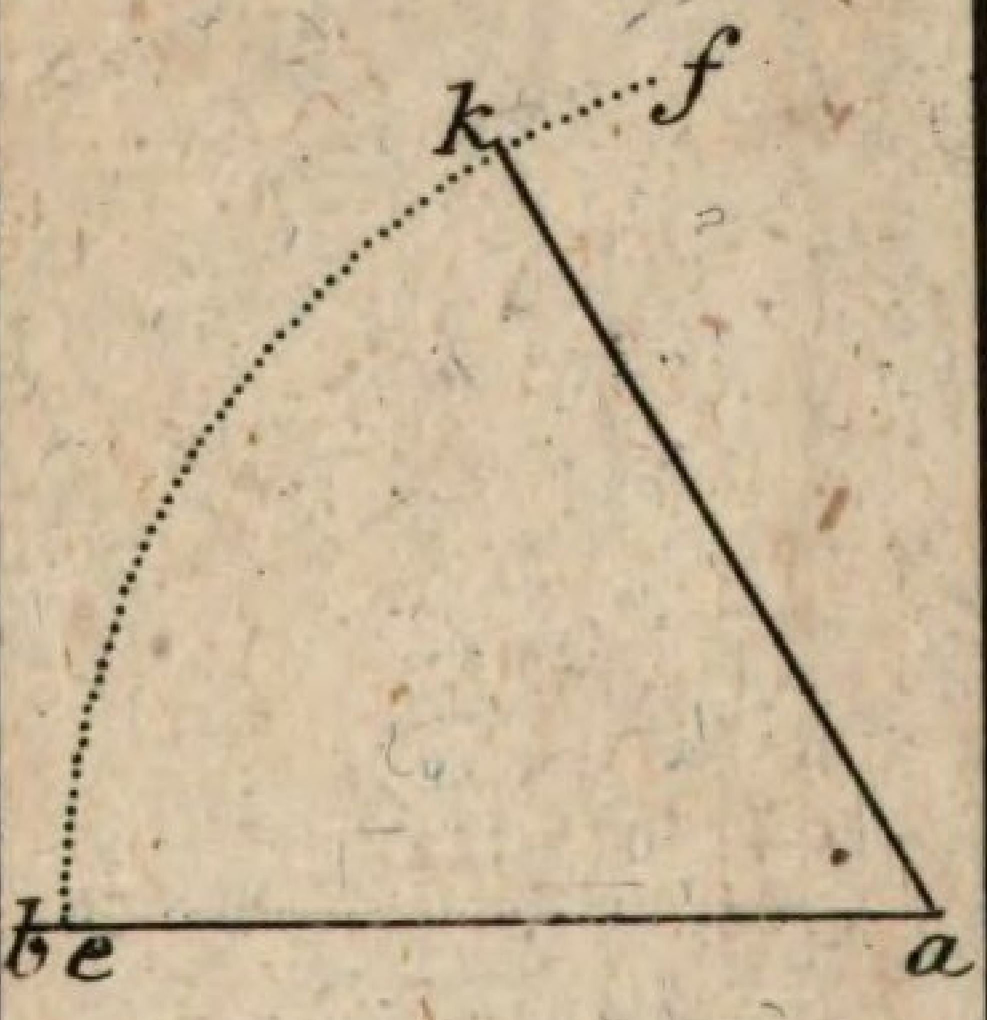


Fig. 9.



n
Fig.4.
r
M
b
s
a
m
c
G
E
D
Fig.
7.
Fig.1.
C
B
L
W
Fig.9.
Fig.10.
Fig.8.
I
H
O
X
Fig.11.
p
Fig.6.
Fig.12.
Fig.13.
S
T
V

[illegible]

ndbuchbinderei
B. Schiedeck 1971

BSB Bayerische StaatsBibliothek
MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Hähn, Johann Friedrich,

Die Trigonometrie in Tabellen nach Theorie und Praxis

Berlin 1760

Math.p. 743 i
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10083343-6
VD18 10563652